EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

Univerzita Palackého v Olomouci

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Inovace a zvýšení atraktivity studia optiky
reg. č.: CZ.1.07/2.2.00/07.0289

Optické zobrazování

Zdeněk Bouchal

Učební pomůcka pro studenty oboru
Optika a optoelektronika

4. ročník (2 h př./1 h cv. týdně)

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Obsah přednášek

Př. 1: Matematické, fyzikální a technické aspekty optického zobrazování (OSLO – simulace optických prvků)**.**
Př. 2: Bodové zobrazování v přístupu Fraunhoferovy teorie difrakce.
Př. 3: Analýza vlivu rozostření u fyzikálně dokonalého systému (OSLO - simulace „Perfect Lens“)**.**
Př. 4: Optické zobrazování při použití apodizace (OSLO, MATLAB - centrální clonění a gaussovská apodizace)**.**
Př. 5: Bodové zobrazování systémem s optickými vadami (OSLO – paprskové vady)**.**
Př. 6: Klasifikace a výpočet vlnových vad (OSLO, MATLAB – vlnové vady)**.**
Př. 7: Kriteria pro hodnocení bodového zobrazování.
Př. 8: Analýza optimálního zaostření pomocí Strehlova kriteria (OSLO – optimální zaostření pro sférickou vadu)**.**
Př. 9: Zobrazování při částečně koherentním osvětlení (OSLO, MATLAB – zobrazení plošného předmětu)**.**
Př. 10: Samozobrazování (Talbotův jev) (OSLO, MATLAB – simulace Talbotova jevu v částečně koherentním světle)**.**
Př. 11: Optická funkce přenosu, výpočet pro koherentní zobrazování.
Př. 12: Optická funkce přenosu pro nekoherentní zobrazování, způsob měření a praktické využití
(OSLO – výpočet OFP pro systémy rozdílného optického výkonu)**.**

V přednáškách je využíván optický program OSLO PREMIUM firmy Lambda Research.

Literatura :

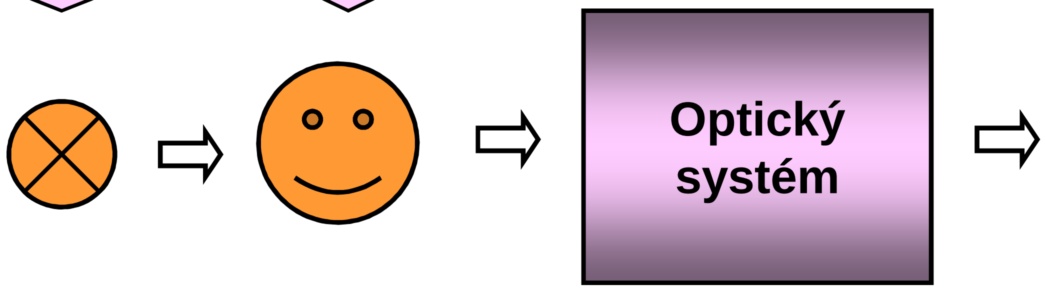
[1] A. Baudyš, Technická optika, ČVUT Praha, 1989 (skriptum).
[2] B.E.A. Saleh, M.C. Teich, Fundamentals of Photonics, J. Wiley & Sons, NY, 1991
(český překlad: Základy fotoniky 1.- 4. díl, vyd. Mat. fyz. fakulta UK Praha, 1994-1996).
[3] M. Born, E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, Oxford, 1980.
[4] C. Scott, Introduction to Optics and Optical Imaging, IEEE Press,1994.
[5] F.T.S. Yu, I.C. Khoo, Principles of Optical Engineering, J. Wiley & Sons, 1990.

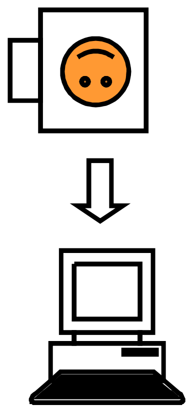
Přednáška 1

Zobrazovací řetězec

Kvadratické detektory:
- oko
- fotografická emulze
- CCD prvek

Zdroj záření | **Předmět** | **Detekovaný obraz**





Zpracování obrazové informace

Rozdělení optického záření:
- Podle vlnové délky
  - ultrafialové
  - viditelné (světlo)
  - infračervené
- Podle spektrální šířky
  - monochromatické
  - polychromatické
- Podle způsobu generace
  - nekoherentní (spontánní emise – žárovka, výbojka)
  - koherentní (stimulovaná emise – laser)

Zobrazované předměty:
- Amplitudové (modulují amplitudu záření)
- Fázové (modulují fázi záření)

Optické systémy:
- Dioptrické (refraktivní) – využívají lámavé optické prvky
- Katoptrické (reflexní) – využívají odrazné optické prvky
- Katodioptrické (kombinované)
- Difraktivní – využívají difraktivní optické prvky
- Speciální – využívají nelineární optické jevy

Výhody optického zobrazování

Dobrá možnost registrace obrazu

Možnost zpracování obrazové informace

Vysoká hustota informace

Optické zobrazování

Rychlost vzniku a záznamu obrazu

Není rušeno elektr. a mag. poli

Rozšíření výkonu lidského oka

Aspekty optického zobrazování

MATEMATICKÝ:
- Kolineární zobrazování lineární lomenou funkcí.
- Algoritmy trasování paprsků.
- Popis vlnového zobrazování pomocí Fourierovy transformace.

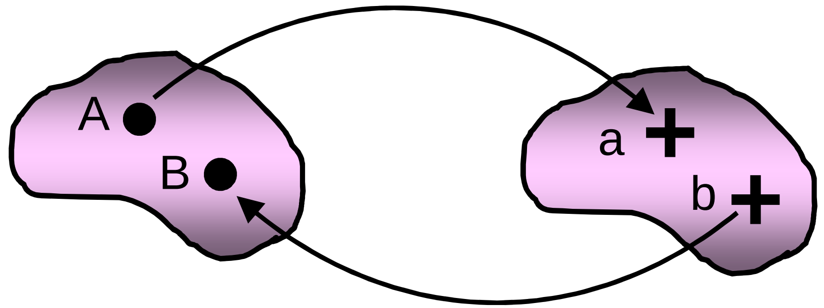
Aspekty OZ

FYZIKÁLNÍ:
- Fyzikální metody realizace zobrazovací transformace.
- Paprsková a vlnová teorie zobrazování.
- Metody hodnocení kvality zobrazení.

TECHNICKÝ:
- Návrh parametrů optických systémů.
- Toleranční analýza.
- Výroba, montáž a justáž optických systémů.
- Kontrola parametrů a stanovení technických podmínek.

Přednáška 1

Kolineární zobrazování



Podmínky ideálního (kolineárního) zobrazování:

• Vzájemná jednoznačnost přiřazení

(porušení omezuje rozlišovací schopnost optických systémů).

• Podobnost geometrických tvarů

(porušení způsobuje zkreslení obrazu).

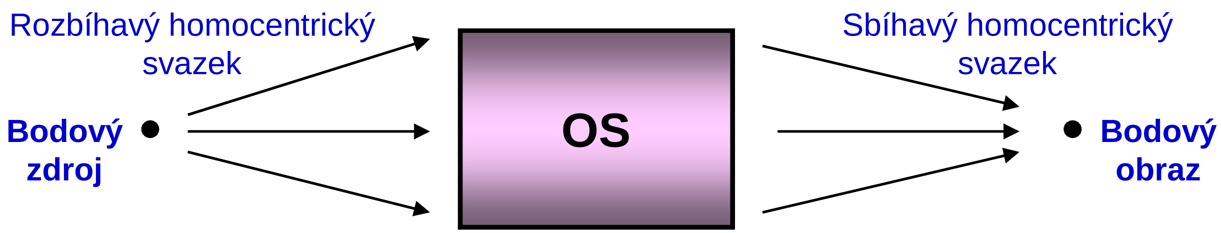
Předmět: A(X,Y,Z) Obraz: a(x,y,z)

Přiřazení lineární lomenou funkcí:

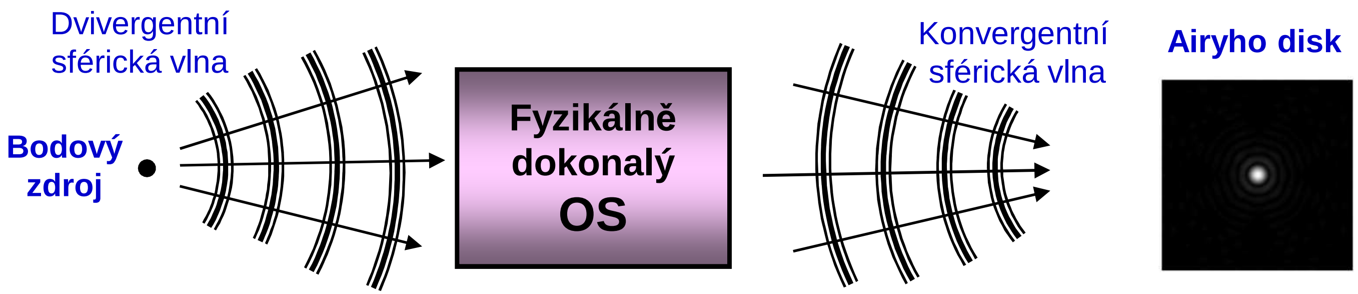
$x = G_1/G_0 \quad y = G_2/G_0 \quad z = G_1/G_0 \,, \quad G_j = P_j X + Q_j Y + R_j Z + S_j$

$X = g_1/g_0 \quad Y = g_2/g_0 \quad Z = g_1/g_0 \,, \quad g_j = p_j x + q_j y + r_j z + s_j$

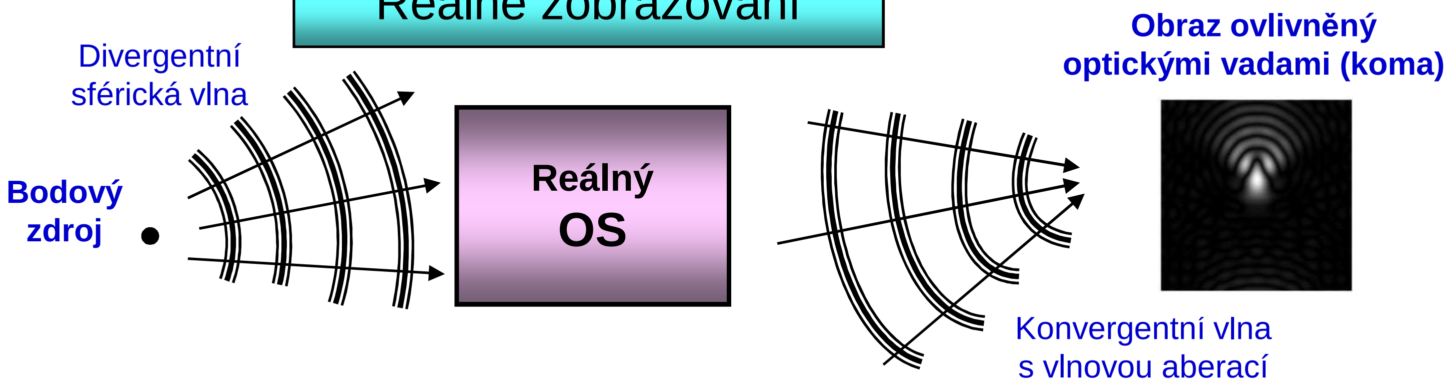
Ideální zobrazování (paprsková optika)



Difrakčně omezené zobrazování (vlnová optika)



Reálné zobrazování



Přednáška 1

Jevy využitelné pro optické zobrazování

JEVY GEOMETRICKÉ OPTIKY
Refrakce na rozhraní dielektrik.
Reflexe.
Refrakce v nehomogenních prostředích.

Metody realizace zobrazovací transformace

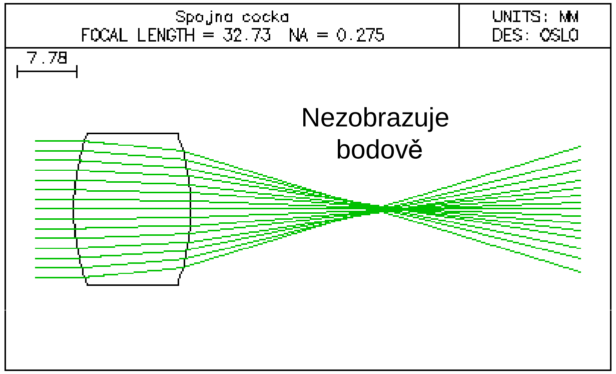
JEVY VLNOVÉ OPTIKY
Difrakce na periodické struktuře.

JEVY NELINEÁRNÍ OPTIKY
Optická fázová konjugace.

Geometricko optické zobrazování

Spojná čočka se sférickými plochami

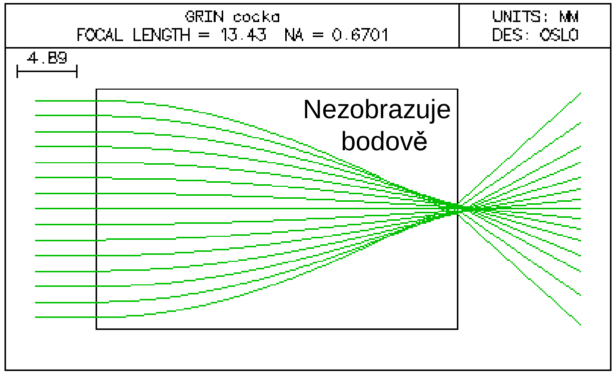
Požadovaný rozdíl optických drah jednotlivých paprsků je dosažen zakřivením rozhraní, která oddělují sklo čočky od okolního prostředí.



Zobrazení je založeno na transformaci paprsků lomem nebo odrazem. Lom může být realizován na rozhraní dvou dielektrických prostředí se skokovou změnou Indexu lomu (běžná čočka se sférickými plochami) nebo průchodem paprsků nehomogenním prostředím se spojitou změnou indexu lomu (např. gradientní nebo Luneburgova čočka).

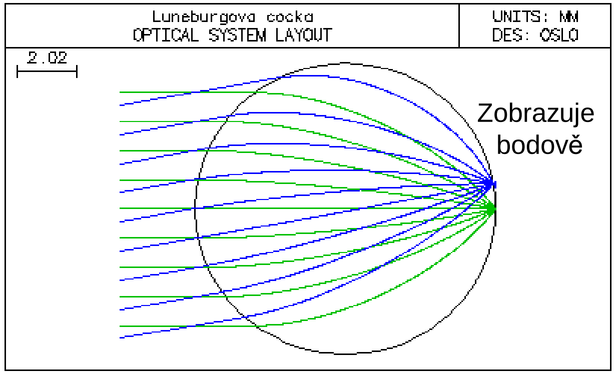
Gradientní čočka

Čočka je vyrobena z nehomogenního materiálu - index lomu je nejvyšší na ose a se vzdáleností od osy klesá. Okrajové paprsky postupují rychleji než osové, takže rovinná vlnoplocha se zakřivuje a paprsky jsou fokusovány.



Luneburgova čočka

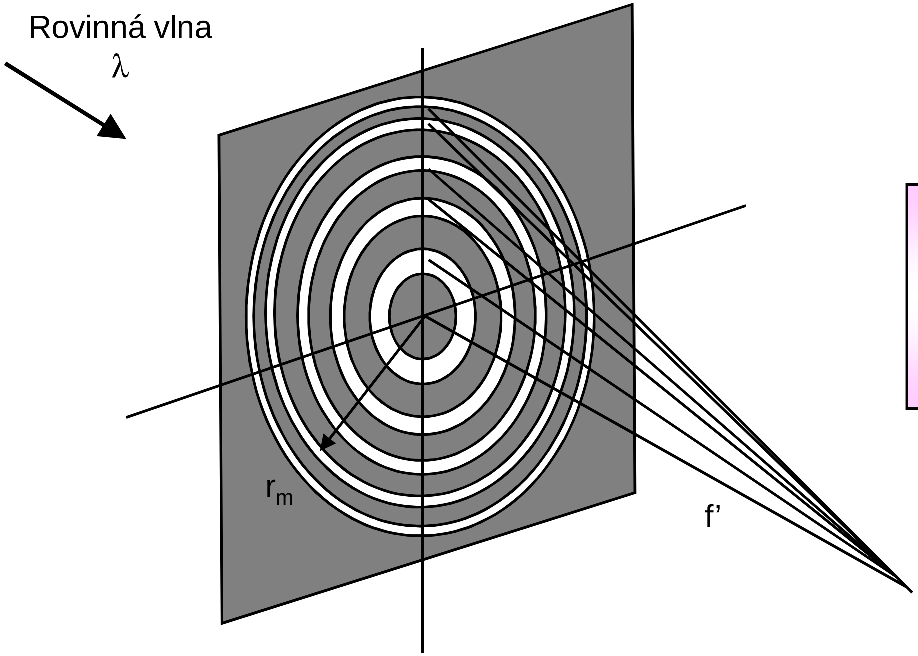
Index lomu čočky má sférickou symetrii. Paprsky jsou zakřivené a sbíhají se v jednom bodě – čočka nevykazuje optické vady.



Difraktivní optické zobrazování

Při difraktivním zobrazování se využívá difrakce na periodické struktuře, kterou může být například systém mezikruhových štěrbin. Při vhodně zvolených poloměrech štěrbin difraktované světlo v ohniskovém (obrazovém) bodu konstruktivně interferuje a vytváří výraznou světelnou stopu reprezentující obraz bodu.

Fresnelova zonální destička

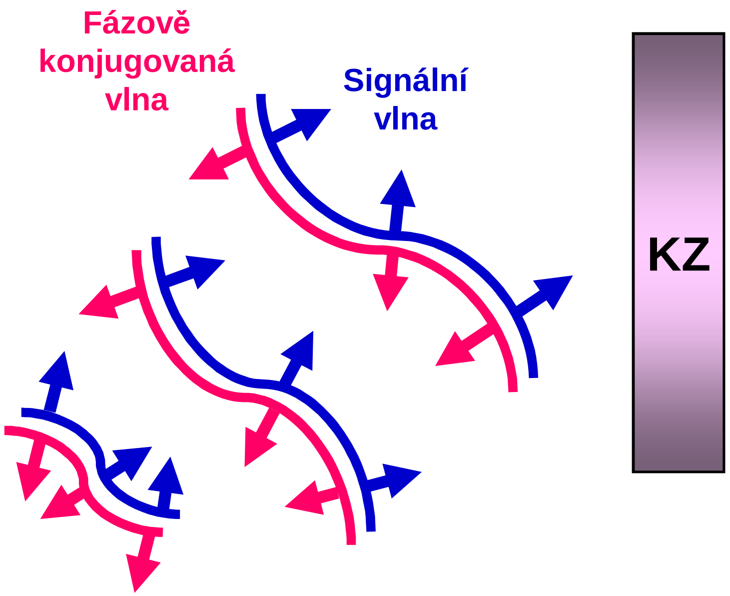


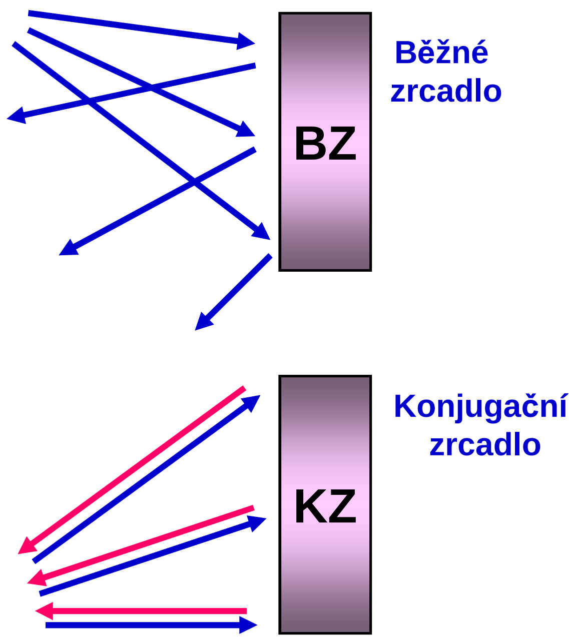
Poloměry štěrbin

$$r_m = \sqrt{m^2\lambda^2 + 2mf'\lambda}$$

Bezčočkové optické zobrazování

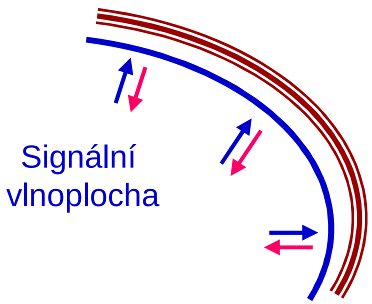
Bezčočkové optické zobrazování využívá ***optické fázové konjugace (OFK)***. OFK představuje proces, při kterém je dané ***signální vlně*** přiřazena tzv. ***fázově konjugovaná vlna***, jejíž fáze je určena komplexním sdružením fáze vlny signální. Tomuto stavu odpovídá časová reverze - konjugovaná vlna je „historií" vlny signální. To odpovídá situaci, kdy konjugovaná vlna retrasuje optickou dráhu vlny signální. Zařízení, ve kterém k fázové konjugaci dochází se nazývá ***konjugační zrcadlo (KZ)***.





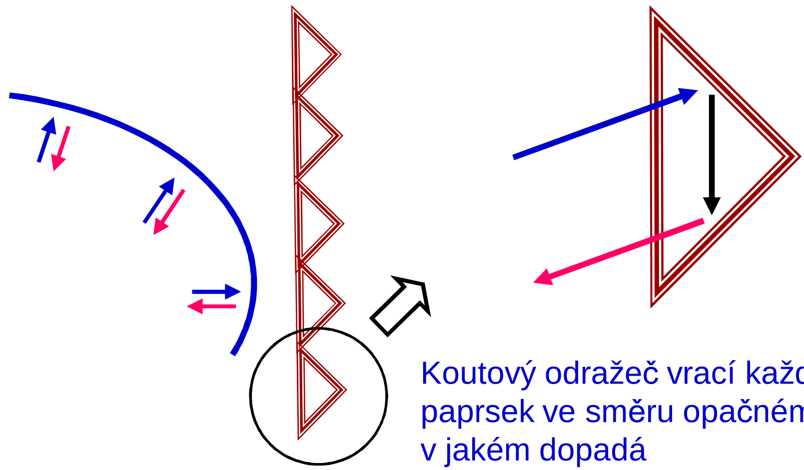
Realizace konjugačního zrcadla

Hypotetická metoda



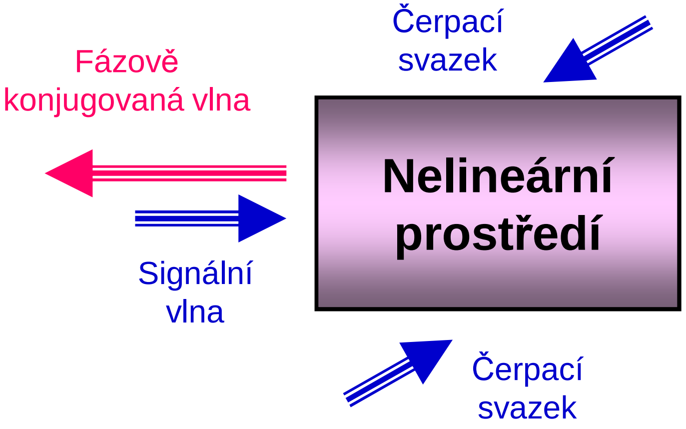
Zrcadlo s tvarem vlnoplochy
(v každém bodu normálový odraz)

Matice koutových odražečů



Koutový odražeč vrací každý paprsek ve směru opačném než v jakém dopadá
(přibližná realizace fázová konjugace)

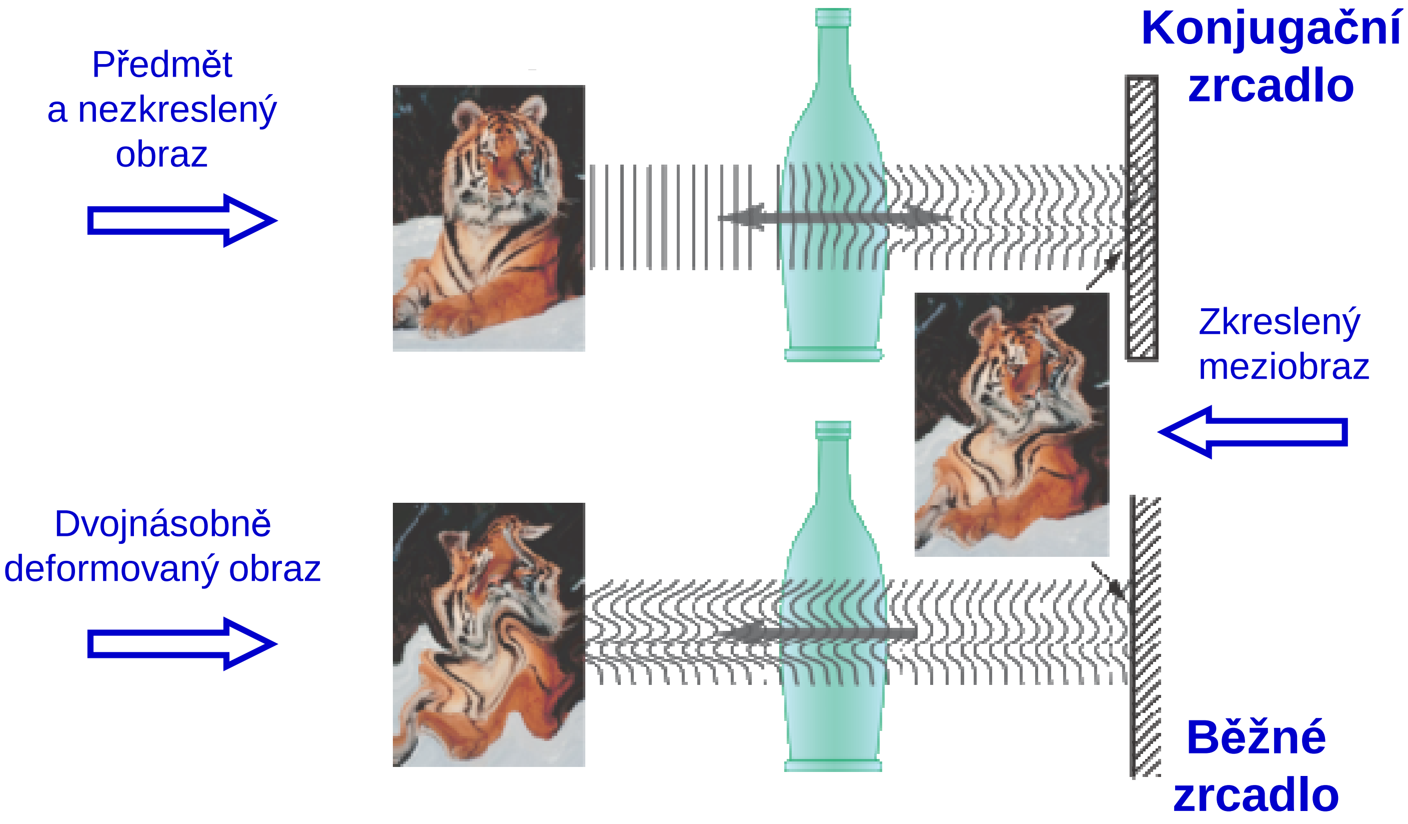
Nelineární optika
(čtyřvlnové směšování)



Prostředí s nelinearitou 3. řádu (kerrovské prostředí typu CS_2, fotorefraktivní krystaly $BaTiO_3$ nebo BGO) je čerpáno silnými protiběžnými laserovými svazky a současně exponováno signální vlnou. Nelineární interakcí těchto vln vzniká fázově konjugovaná replika signální vlny. Interakce probíhá s téměř okamžitou odezvou a je efektivní jsou-li sladěny frekvence všech vln. V tomto případě je možný režim zesílení (konjugovaná vlna má větší intenzitu než signální).

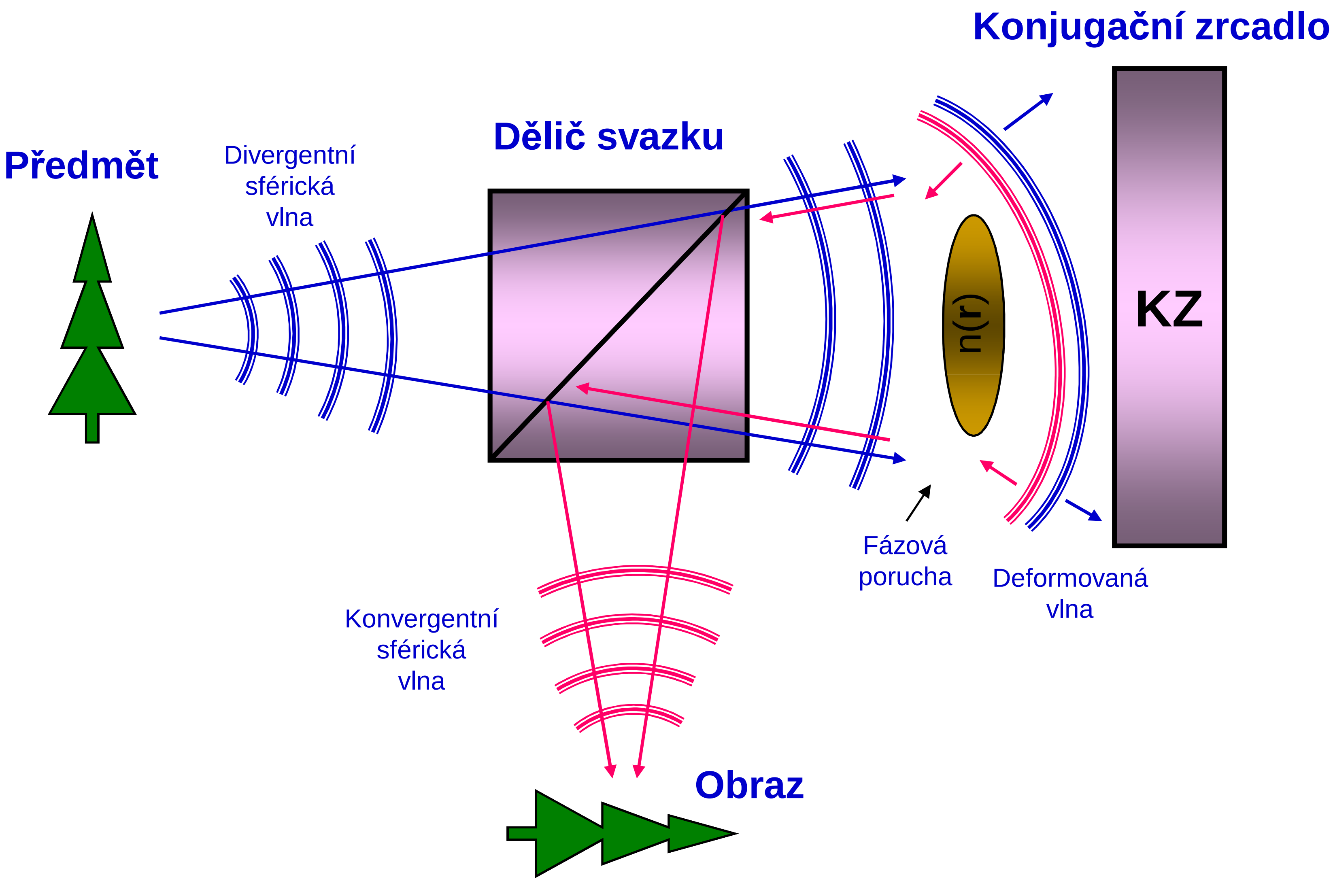
Kompenzace fázových poruch

Vlastnosti fázově konjugované vlny umožňují odstranění poruch její vlnoplochy dvojnásobným průchodem přes prostředí, které poruchy způsobuje.
Tato vlastnost se dá využít pro realizaci bezčočkového zobrazování nebo pro adaptivní navigaci laserového svazku na pohyblivý cíl.



Přednáška 1

Schéma bezčočkového zobrazování



Prvky pro geometricko optické zobrazování

Geometricko optické zobrazování

NORMÁLNÍ PRVKY
- Centrované sférické čočky.
- Centrovaná sférická zrcadla.

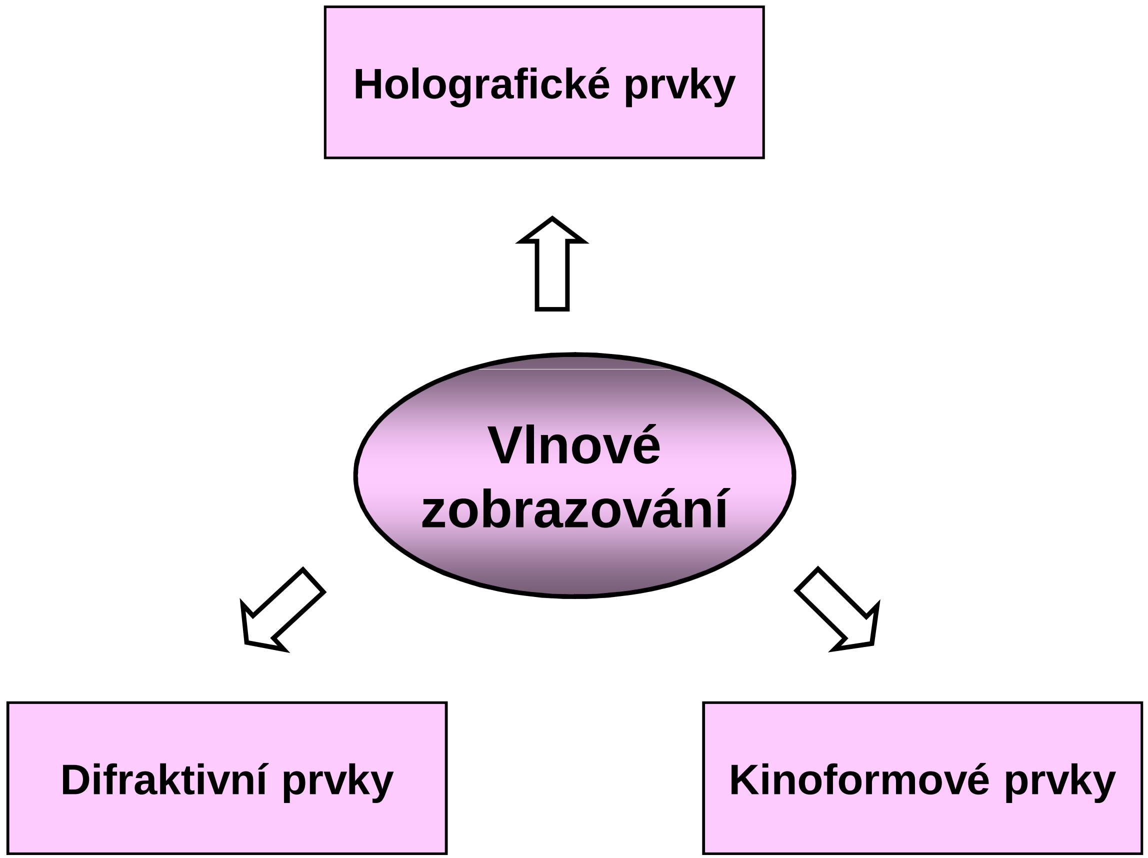
SPECIÁLNÍ PRVKY
- Asférické čočky.
- Asférická zrcadla.

NEHOMOGENNÍ PRVKY
- Gradientní čočky

NECENTRICKÉ PRVKY
- Válcové čočky.
- Torické čočky.

PRVKY S NESPOJITÝMI PLOCHAMI
- Fresnelovy čočky.
- Voštinové čočky.

Prvky pro vlnové zobrazování

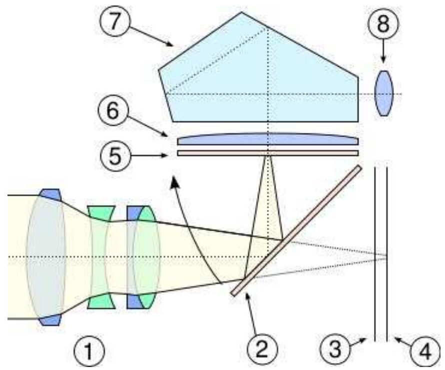


Základní pojmy optického zobrazování

Fyzikálně dokonalý OS:
Optický systém, který nevykazuje žádné paprskové vady a jeho obrazový výkon je omezen ohybovými jevy.

Reálný OS:
Optický systém tvořený reálnými optickými a mechanickými prvky (soustava čoček, zrcadel).

Modelový OS:
Nehmotný systém umožňující optimalizaci parametrů a výpočetní analýzu dosaženého obrazového výkonu.
Je určen základními geometrickými parametry (poloměry křivosti optických ploch, účinné průměry optických prvků, tloušťky) a materiálovými parametry (indexy lomu).

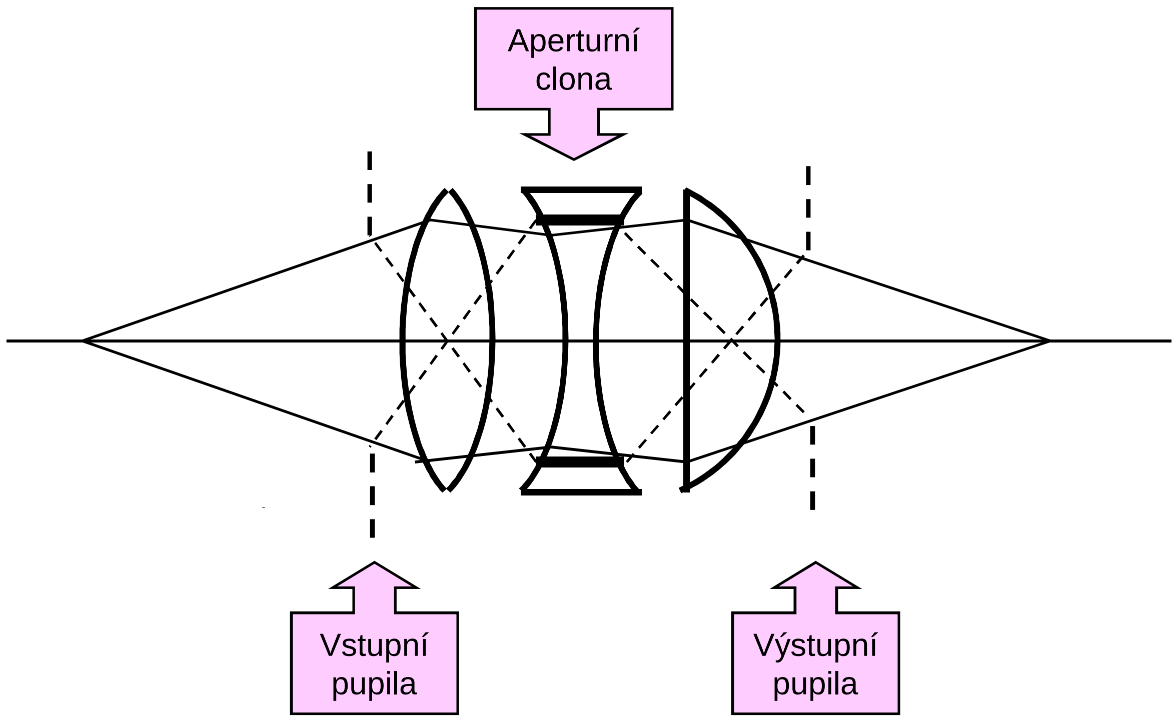


Abstraktní OS:
V teorii vlnového zobrazování je modelový OS nahrazen ***pupilovou funkcí***, která definuje základní optické vlastnosti modelového OS.

Aperturní clona:
Reálná clona nebo objímka, která omezuje svazek paprsků vstupující do OS z osového bodu (aperturní svazek paprsků).

Vstupní pupila:
Zobrazením aperturní clony do předmětového prostoru pomocí OS, který předchází aperturní cloně je vytvořen obraz aperturní clony nazývaný vstupní pupila.

Výstupní pupila:
Zobrazením aperturní clony do obrazového prostoru pomocí OS, který následuje za aperturní clonou je vytvořen obraz aperturní clony nazývaný výstupní pupila.

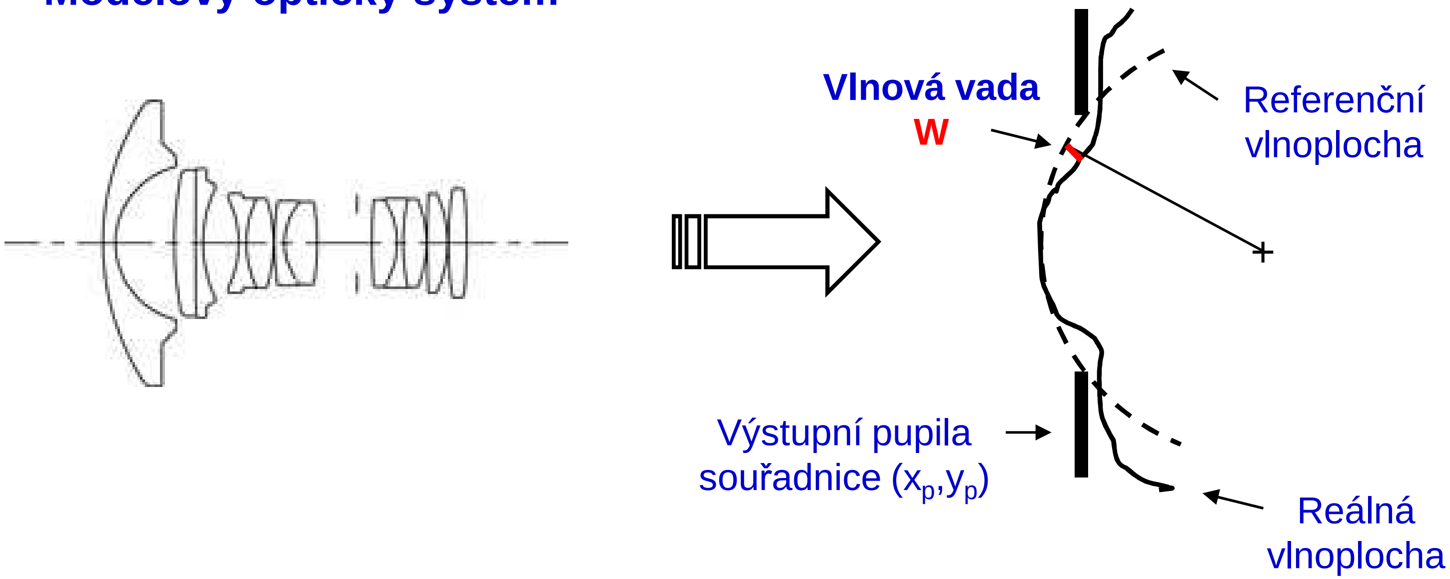


Pupilová funkce:

Funkce, která je nenulová v oblasti výstupní pupily a nulová mimo ni. Je to komplexní funkce, jejíž amplituda určuje propustnost OS a fázový člen vyjadřuje vlnové vady zavedené OS.

Abstraktní optický systém

Modelový optický systém

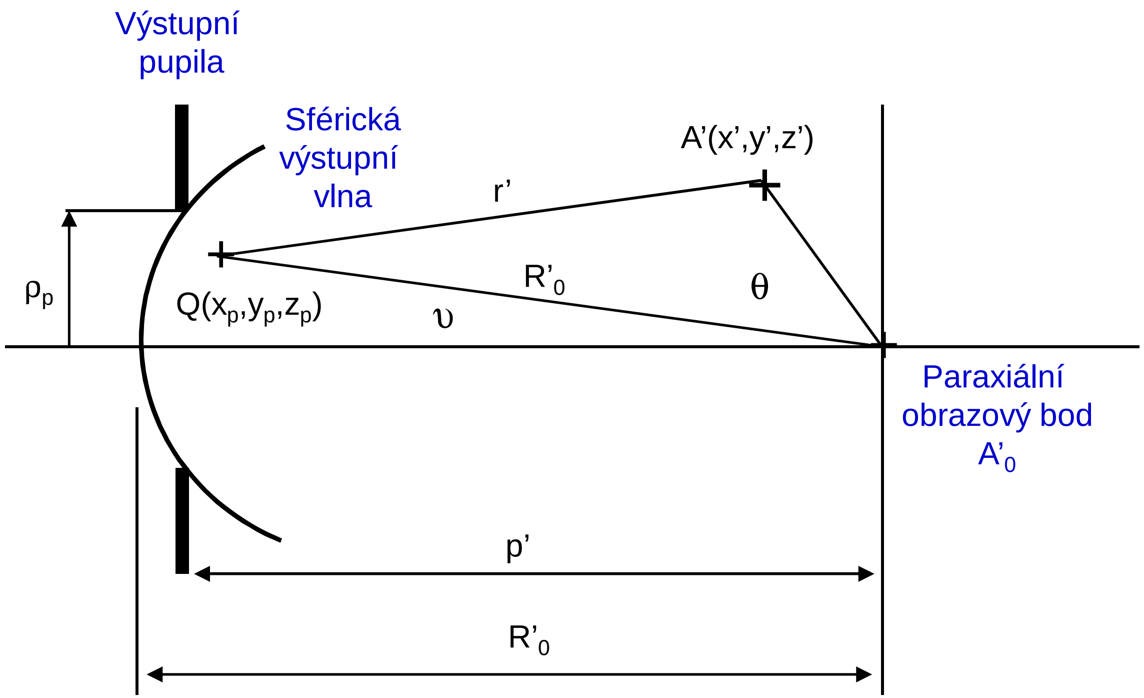


Pupilová funkce — Amplitudová propustnost — Vlnové číslo — Funkce vlnových vad

$$P(x_p,y_p) = P_0(x_p,y_p)\,\exp[ikW(x_p,y_p)]$$

Přednáška 3

Zobrazení bodového zdroje



Komplexní amplituda v bodě A´:

$$a(x',y',z') = -i\frac{1}{\lambda R_0^{'}}\exp(-ikR_0^{'})\iint_S P(x_p,y_p,z_p)\exp(-ikr')dS$$

Přednáška 3

Komplexní amplituda v obraze bodu

Difrakční integrál ve sférických souřadnicích

Pupilové souřadnice:

$x_p = R_0 \sin\upsilon \sin\varphi_p$
$y_p = R_0 \sin\upsilon \cos\varphi_p$
$z_p = R_0 \cos\upsilon$

Obrazové souřadnice:

$x' = 0$ (rotačně symetrický systém, předmětový bod v rovině y-z)
$y' = \rho' \sin\theta'$
$z' = \rho' \cos\theta'$

$$a(\rho',\theta') = K\int_0^u \int_0^{2\pi} P(\vartheta,\varphi_p)\sin\vartheta \exp\left[-ik\rho'\left(\sin\vartheta\sin\theta'\cos\varphi_p + \cos\vartheta\cos\theta'\right)\right]d\vartheta d\varphi_p$$

Kruhově souměrná pupilová funkce: $P(\vartheta,\varphi_p) \equiv P(\varphi_p)$

$$a(\rho',\theta') = 2\pi K\int_0^u P(\vartheta) J_0\left(k\rho'\sin\vartheta\sin\theta'\right)\sin\vartheta \exp\left(-ik\rho'\cos\vartheta\cos\theta'\right)d\vartheta$$

K ….. konstantní výraz (není významný – v zobrazování pracujeme s normovanou intenzitou)
k ….. vlnové číslo ($k = 2\pi/\lambda$)
J_0 ….. Besselova funkce 1. druhu, nultého řádu
u ….. obrazová apertura optického systému

Difrakční integrál v kartézských souřadnicích

Komplexní amplituda v obraze bodového zdroje je určena jako
Fourierova transformace pupilové funkce:

$$a(X',Y',\Delta Z') = K\iint_S P(X_p,Y_p,\Delta Z')\exp\left[i2\pi\left(X_pX'+Y_pY'\right)\right]dX_p\,dY_p$$

$$X_p = \frac{x_p}{\rho_p},\quad Y_p = \frac{y_p}{\rho_p},$$ normované pupilové souřadnice

$$X' = \frac{(x'-x_0')\rho_p}{\lambda p},\quad Y' = \frac{(y'-y_0')\rho_p}{\lambda p},$$ normované obrazové souřadnice

$$P(X_p,Y_p,\Delta Z') = P(X_p,Y_p)\exp(ikW_D),\quad W_D = -\frac{(X_p^2+Y_p^2)\rho_p^2\Delta Z'}{2p^2}.$$

Výsledná pupilová funkce

Pupilová funkce systému

Fázový člen způsobený rozostřením

Difrakční integrál ve válcových souřadnicích

Pro rotačně souměrný systém je komplexní amplituda v obraze bodu vyjádřena pomocí válcových souřadnic jako

Hankelova transformace pupilové funkce:

$$a(R') = K \int_0^{\infty} P(R_p, \Delta Z')\; J_0(2\pi R_p R') R_p \, dR_p$$

$R_p = (X_p^2 + Y_p^2)^{1/2}$ . . . . radiální válcová souřadnice v pupile

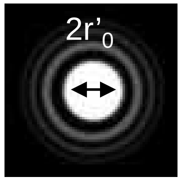
$R' = (X'^2 + Y'^2)^{1/2}$ . . . . radiální válcová souřadnice v obrazové rovině

J_0 . . . . Besselova funkce 1. druhu 0. řádu

Přesně zaostřený fyzikálně dokonalý OS s kruhovou homogenně propustnou pupilou (P=konst) :

Airyho disk

$$a(R') \approx \frac{2J_1(2\pi R')}{2\pi R'}$$



Poloměr Airyho disku

Normované obrazové souřadnice:

$$R_0' = \frac{3.8}{2\pi} \approx 0.61$$

Původní obrazové souřadnice:

$$r_0' = \frac{\lambda p R_0'}{\rho_p} = 0.61 \frac{\lambda}{u}.$$

Zobrazení bodu fyzikálně dokonalým systémem

Fyzikálně dokonalý systém v programu OSLO

Menu programu Oslo:
„Perfect Lens“ (PL)

Parametry PL:
- ohnisková vzdálenost
- příčné měřítko zobrazení
- obrazová apertura

Vlastnosti PL:
bodové zobrazení rovinného předmětu při zvoleném příčném měřítku
(vliv ohybu světla uvažován)

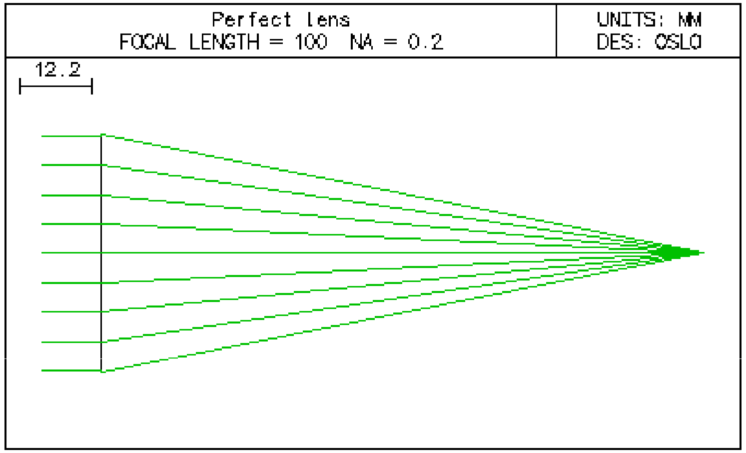
Použití PL:
- analýza difrakčně limitovaného zobrazení
- analýza vlivu zobrazovací geometrie

(systém pro jiné měřítko zobrazení není dokonalý)

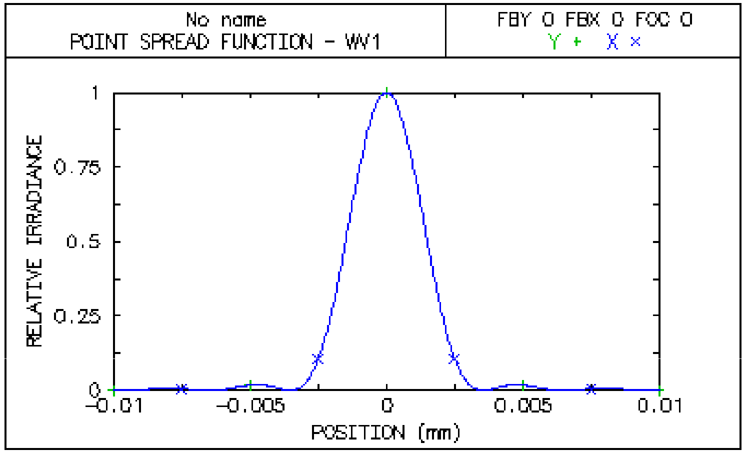
Fyzikálně dokonalé zobrazení v programu OSLO

Bodová rozptylová funkce (PSF – Point Spread Function)

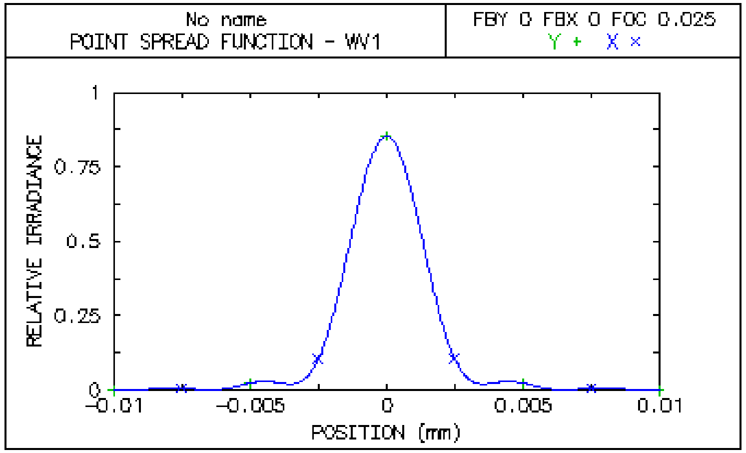
Znázornění „Perfect Lens“



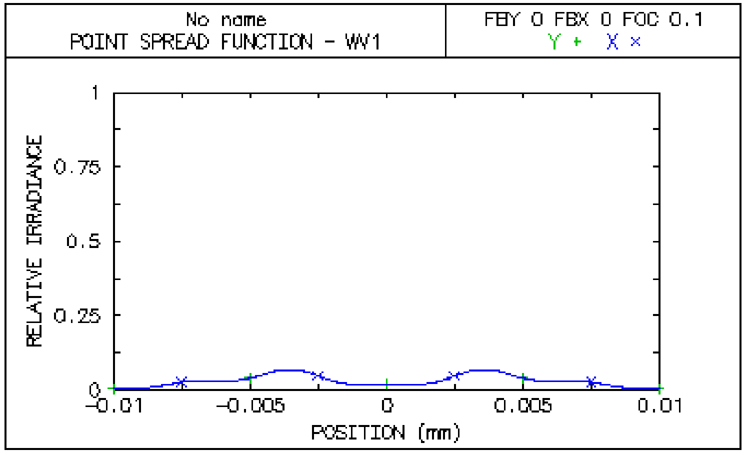
Airyho disk při fokusaci



Přípustné rozostření
(pokles normované osové intenzity na 0.8)



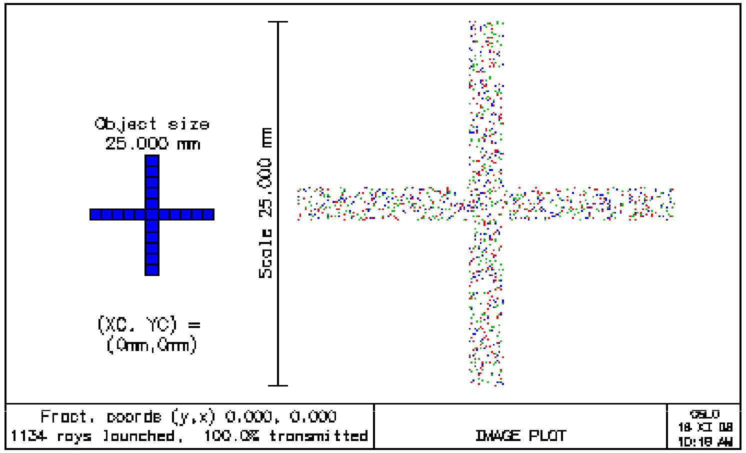
Maximální rozostření
(pokles normované osové intenzity na nulu)

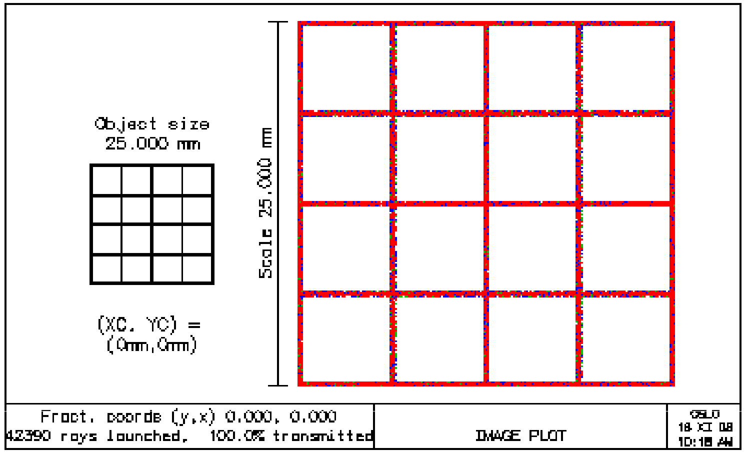


Přednáška 3

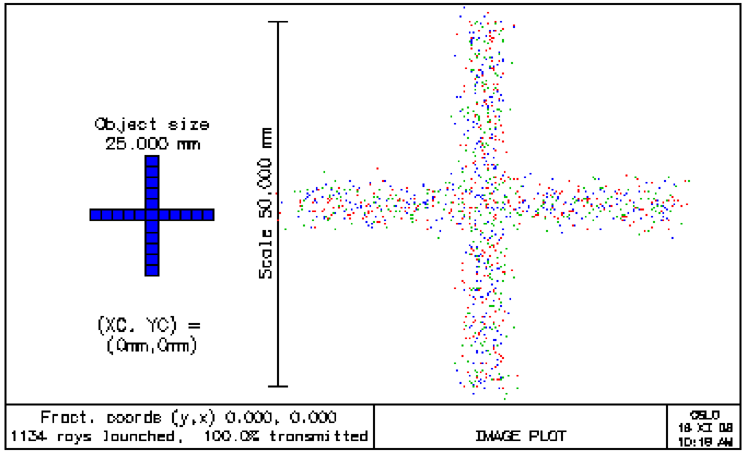
Analýza vlivu změny měřítka zobrazení

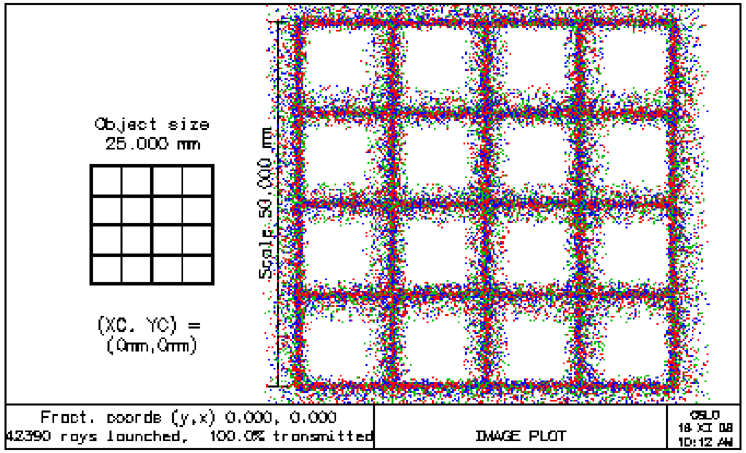
Zobrazení „Perfect Lens“: f´=100, NA´=0.3, m=-1





Zobrazení „Perfect Lens“: f´=100, NA´=0.3, m=-2





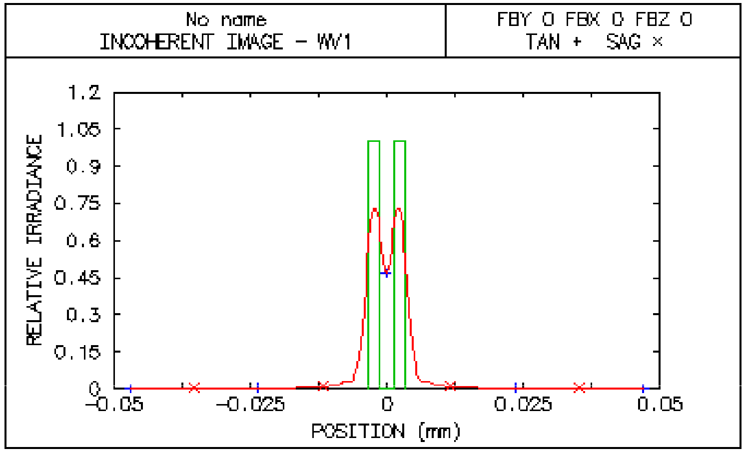
Fyzikálně dokonalé zobrazení v programu OSLO

Zobrazení dvou nekoherentních zdrojů

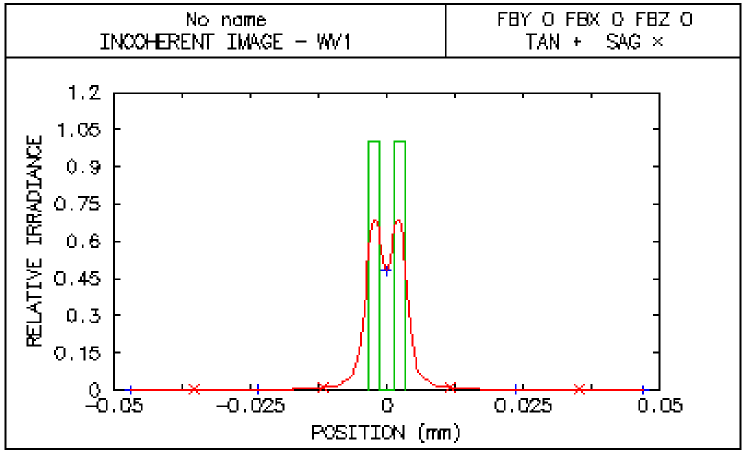
Podmínky zobrazení:

- Optický systém – „Perfect Lens“
- Nekoherentní zdroje stejné intenzity
- Vzdálenost zdrojů = 1.5 násobek poloměru Airyho disku

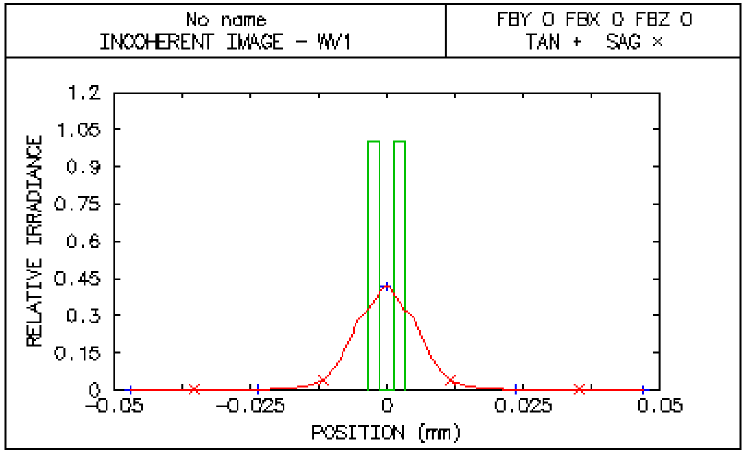
Přesné zaostření



Přípustné rozostření
(normovaná osová intenzita 0.8)



Maximální rozostření
(normovaná osová intenzita 0)



Zobrazování s apodizací

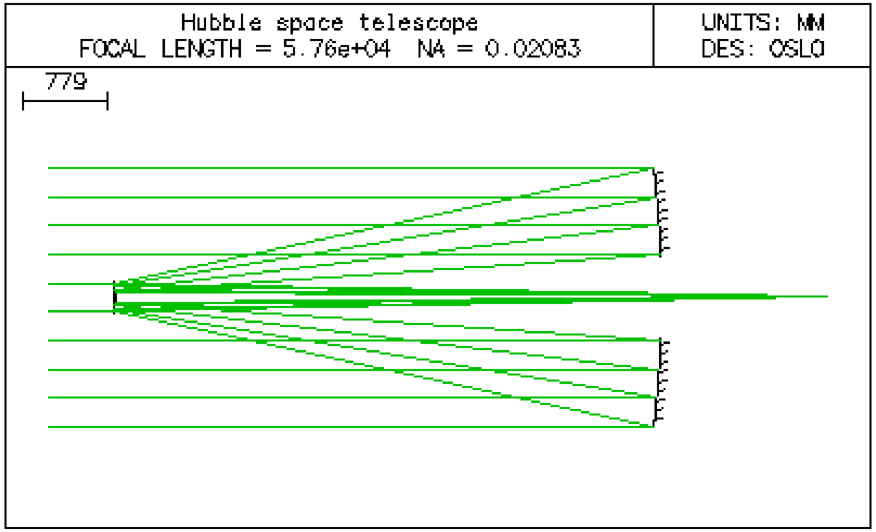
Apodizace = prostorově proměnná změna amplitudy světla ve výstupní pupile.

Způsoby apodizace:

- Zmenšení amplitudy na okraji výstupní pupily (zavádí se záměrně – umožňuje zmenšení degradace obrazu způsobené optickými vadami).
- Zmenšení amplitudy ve středu výstupní pupily (vynucené konstrukcí – vede ke zvýšení vedlejších maxim v difrakčním obrazci).

Příklad apodizace vynucené konstrukcí

(centrální clonění u teleskopu)



Výpočet účinku apodizace

I. Gaussovská apodizace

$$P(R_p) = P_0 \exp\left[-(quR_p)^2\right]$$

q … koeficient,
u … obrazová apertura

Difrakční integrál:

$$a(R') = K\int_0^1 \exp\left[-(quR_p)^2\right] J_0(2\pi R' R_p) R_p \, dR_p$$

R_p, (R') … válcová souřadnice v pupile (obrazové rovině)

Řešení (per partes):

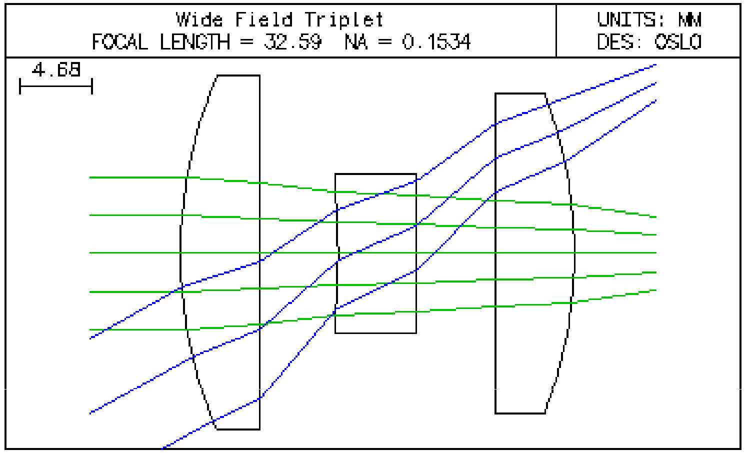
$$a(R') = K\left\{\exp\left[-(qu)^2\right] \sum_{m=1}^{\infty} (qu)^{2(m-1)} \frac{2J_m(2\pi R')}{(2\pi R')^m}\right\}$$

Analýza apodizace v programu OSLO

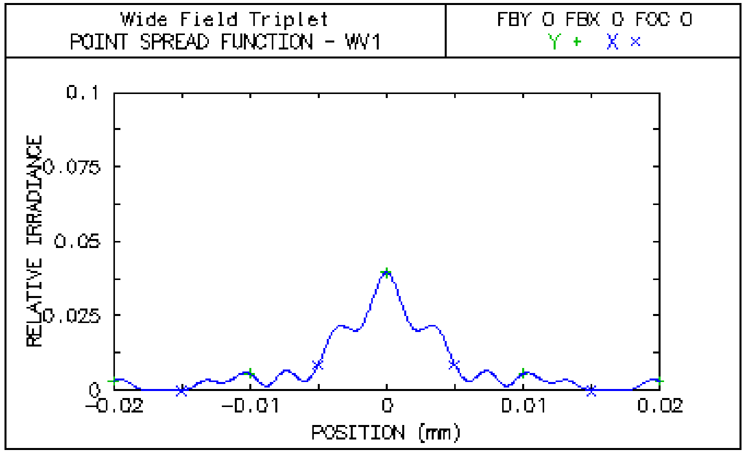
Triplet – Gaussovská apodizace

Účinek gaussovské apodizace:

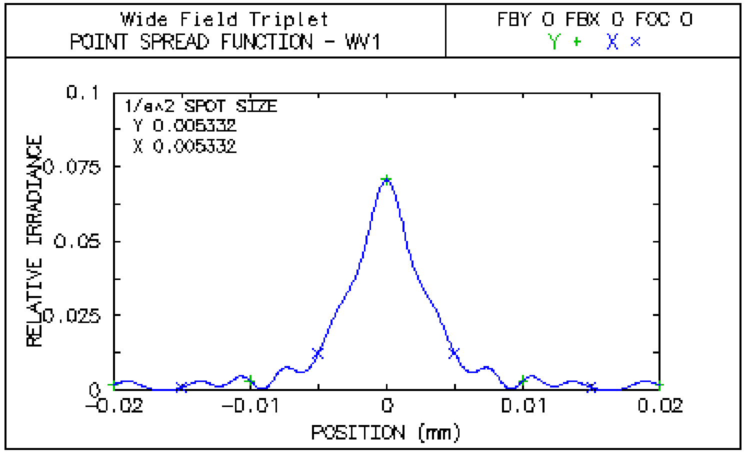
- Rozšíření difrakčního obrazce
- Potlačení vedlejších oscilací
  (zmenšení vlivu optických vad)



Bez apodizace



Gaussovská apodizace



Výpočet účinku apodizace

II. Centrální clonění

Pupilová funkce:

$$P\left(R_p\right)= \begin{cases} 0 & pro \quad 0 < R_p < m \\ 1 & pro \quad m \le R_p \le 1 \\ 0 & pro \quad 1 \le R_p < \infty \end{cases}$$

Difrakční integrál:

$$a\left(R'\right)= K\int_m^1 J_0\left(2\pi R' R_p\right)R_p dR_p$$

Řešení:

$$a\left(R'\right)= K\left[\frac{2J_1\left(2\pi R'\right)}{2\pi R'}-\frac{2m^2 J_1\left(2\pi R' m\right)}{2\pi R' m}\right]$$

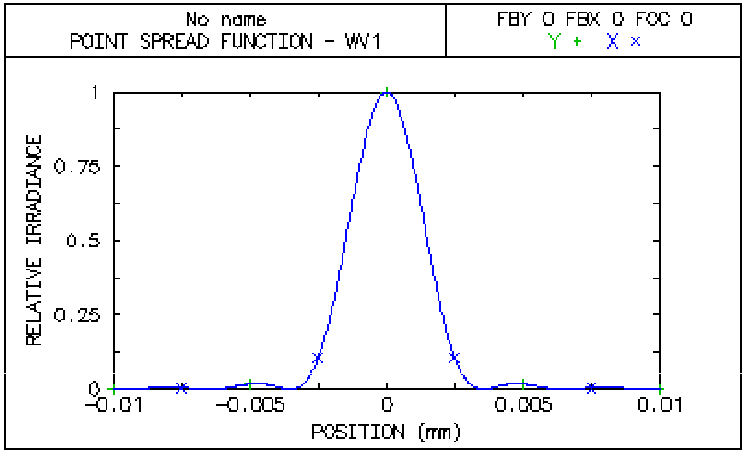
Analýza apodizace v programu OSLO

„Perfect Lens“ – centrální clonění

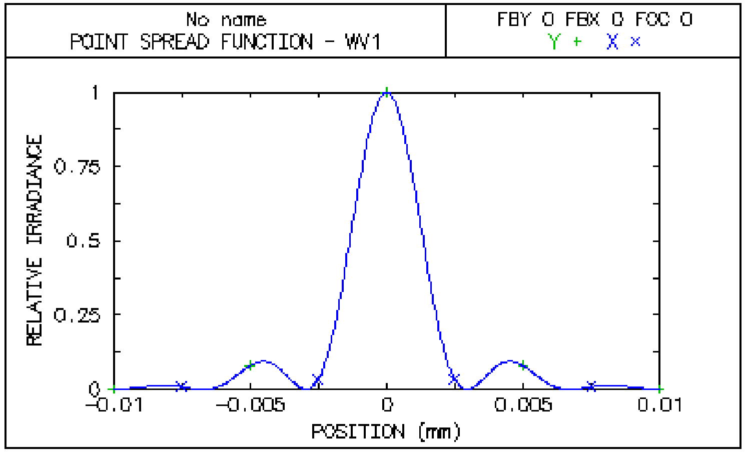
Účinek centrálního clonění:

- Zúžení centrálního disku
- Zvýšení intenzity ve vedlejších maximech

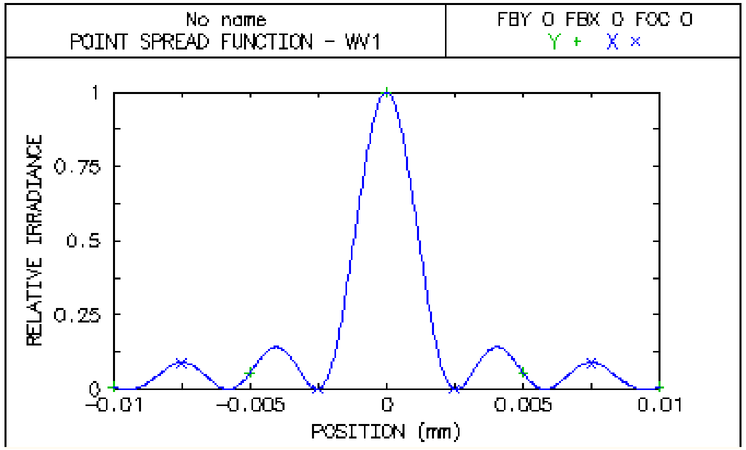
Bez clonění: m=0 (Airyho disk)



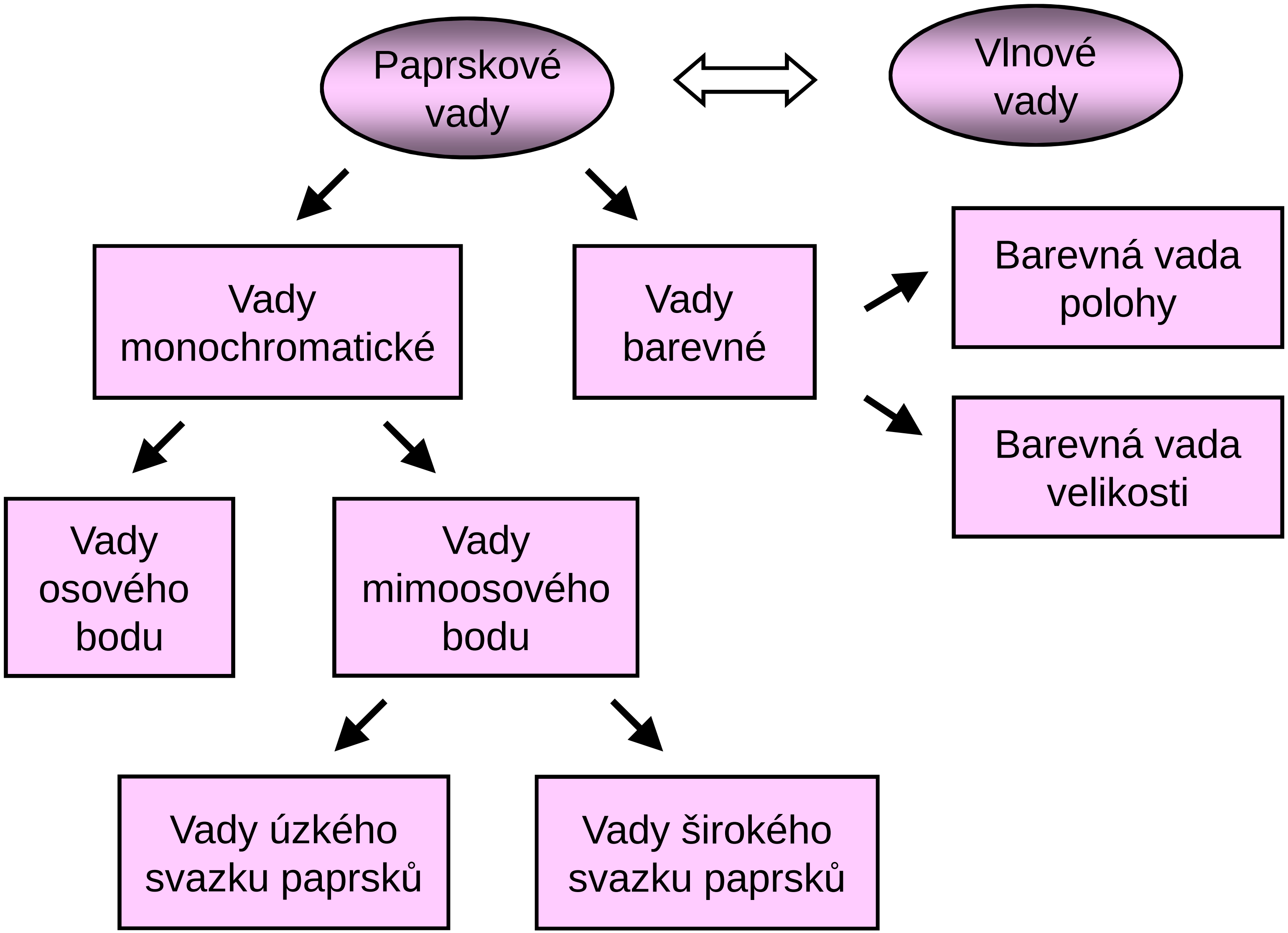
Clonění: m=0.5



Clonění: m=0.75



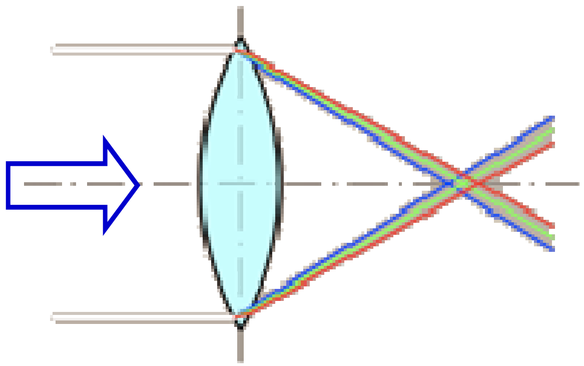
Klasifikace optických vad



Barevné vady

Barevná vada polohy	Barevná vada velikosti

Složené (bílé) světlo



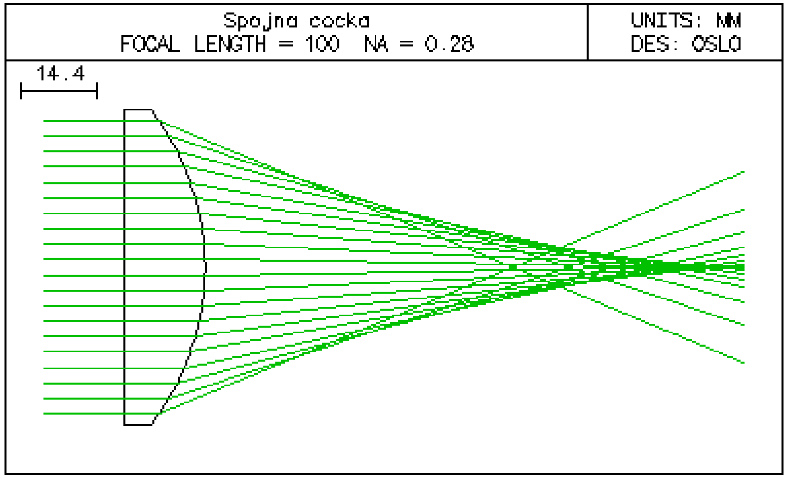
V důsledku materiálové disperze vznikají obrazy pro jednotlivé barvy v různých vzdálenostech za čočkou a mají rozdílné velikosti.

Vada zobrazení osového bodu

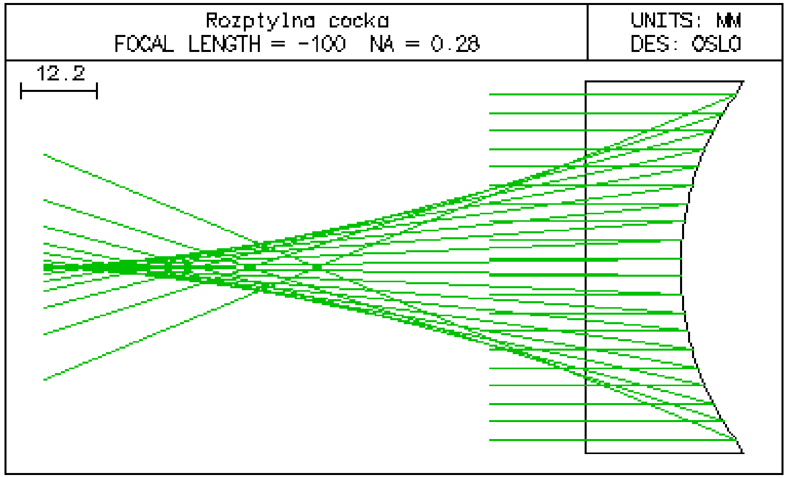
Sférická (otvorová) vada

Nekorigovaný průběh sférické vady

Spojná čočka



Rozptylná čočka

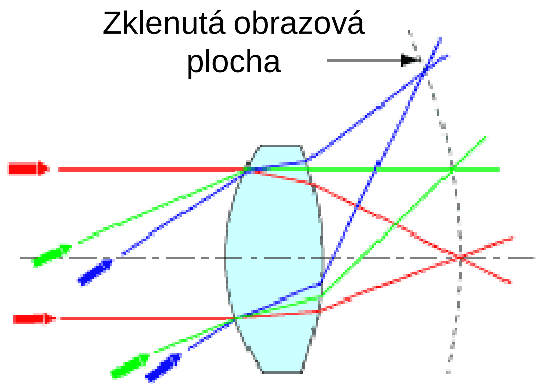


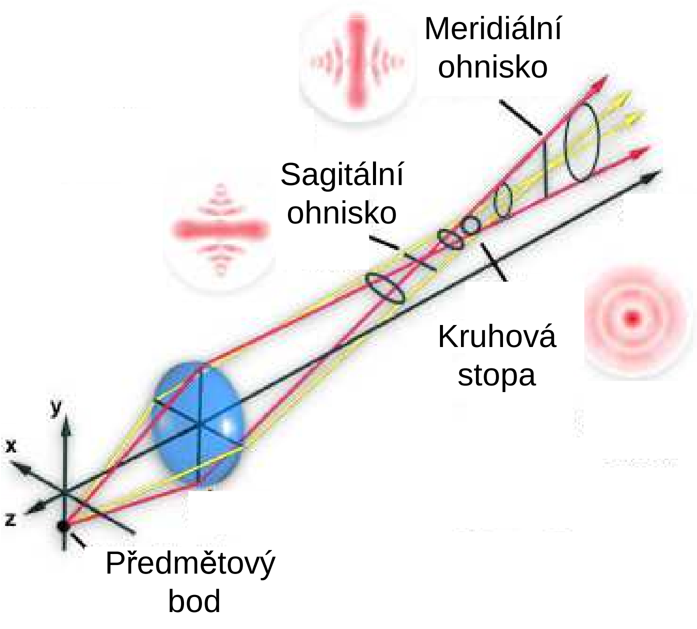
Vady úzkého svazku paprsků

Zklenutí obrazové roviny

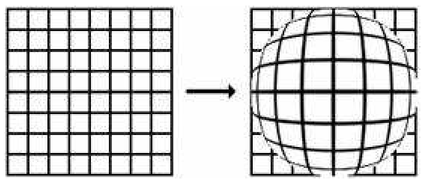
Astigmatismus

Zkreslení

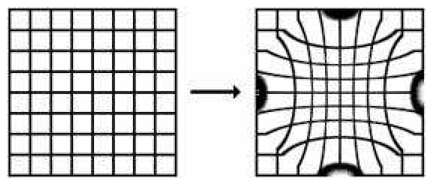




Zkreslení soudkovité

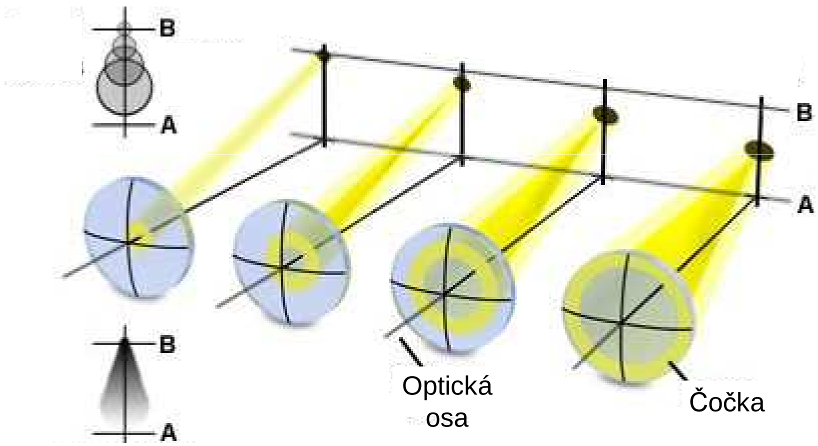


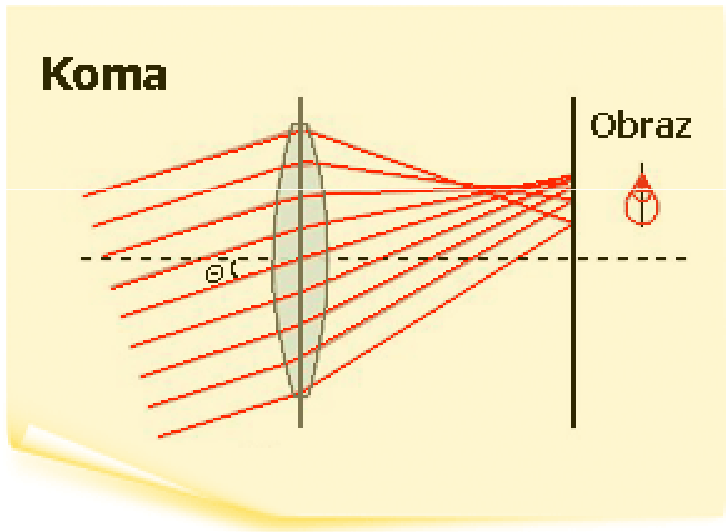
Zkreslení poduškovité



Vada širokého svazku paprsků

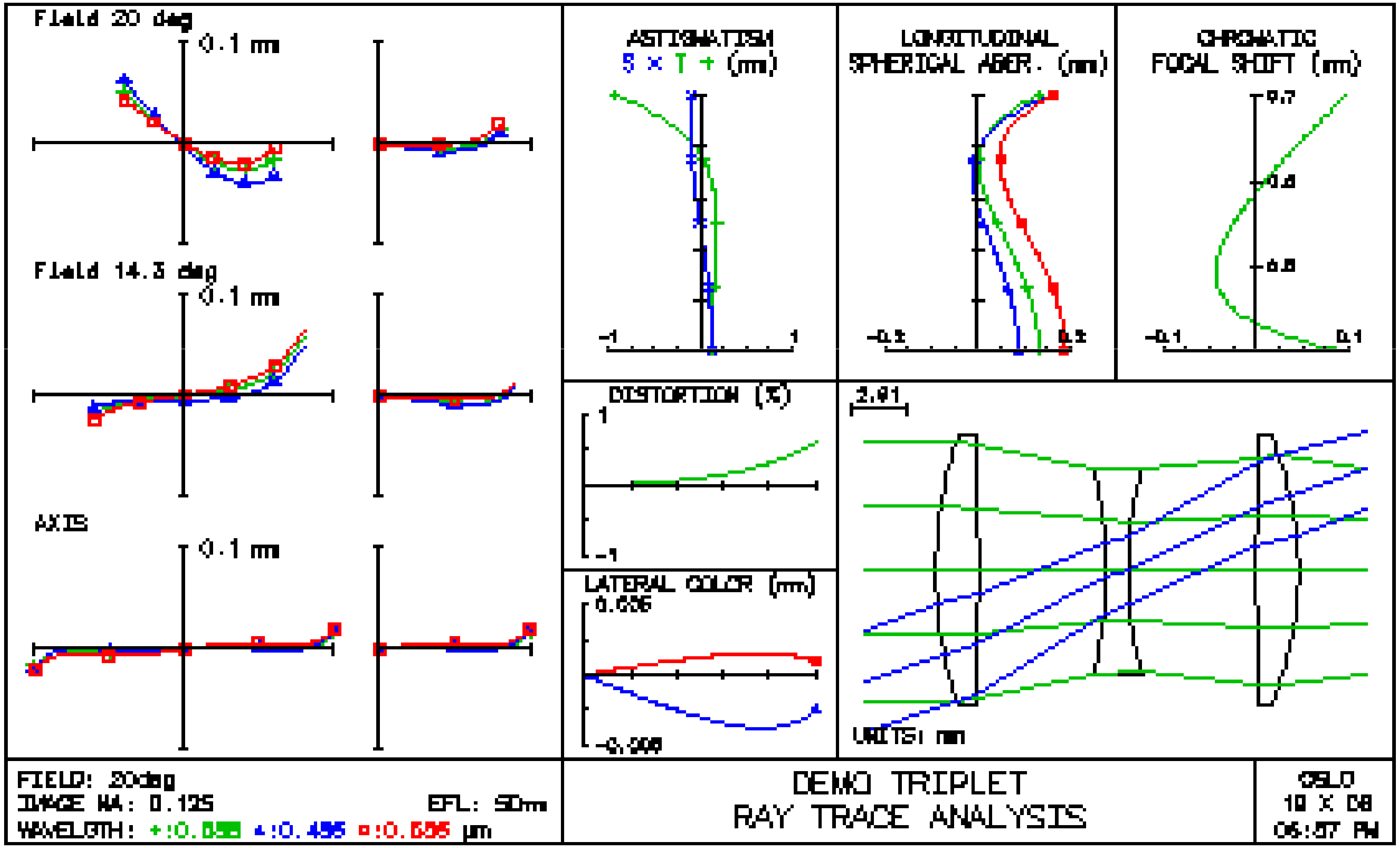
Koma





Vysvětlení vzniku komy:
Při zobrazování mimoosového bodu vytvářejí jednotlivé mezikruhové zóny stopy různých velikostí, které jsou navíc vzájemně posunuté. Jejich překrytím vzniká typická komatická stopa.

Vyhodnocení paprskových vad v programu OSLO



Výpočet vlnových vad

Vlnová vada:

diference optické dráhy mezi skutečnou vlnoplochou a referenční sférickou plochou

Způsob určení vlnové vady:

• výpočtem z příčných složek paprskových vad
• srovnáním optických drah podél sledovaných paprsků

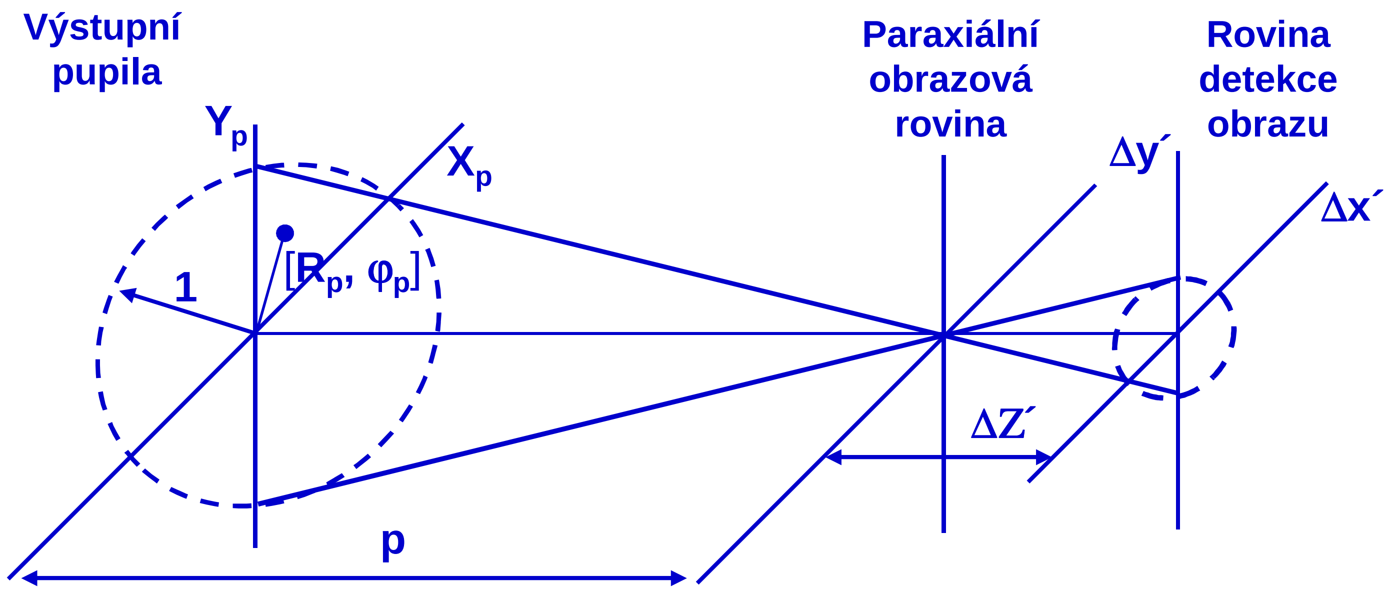
$$\frac{\partial W}{\partial X_p} = n'u \; \Delta x',$$

$$\frac{\partial W}{\partial Y_p} = n'u \; \Delta y'$$

$\Delta x'$, $\Delta y'$ – příčné složky paprskových vad
n' – index lomu obrazového prostoru
u – obrazový aperturní úhel
W – vlnová vada
X_p, Y_p – normované pupilové souřadnice

$$W = n'u \int_0^{R_p} \left(\Delta x' \cos \varphi_p + \Delta y' \sin \varphi_p \right) \, dR_p$$

Vlnová vada při rozostření



$$\Delta x' \approx -uR_p \Delta Z' \cos\varphi_p, \quad \Delta y' \approx -uR_p \Delta Z' \sin\varphi_p$$

$$W = -n'u^2 \int_0^{R_p} R_p' \Delta Z' dR_p' = -\frac{1}{2} n'u^2 \Delta Z' R_p^2$$

Vyjádření vlnových vad polynomem

Funkci vlnových vad lze vyjádřit pomocí mocninné řady normovaných pupilových souřadnic X_p, Y_p a souřadnic paraxiálního obrazového bodu x'_0, y'_0 (pro rotačně symetrický OS lze volit $y'_0 = 0$).
S použitím válcových souřadnic $X_p = R_p \cos \varphi_p$, $Y_p = R_p \sin \varphi_p$ je možné polynom zapsat ve tvaru:

Polynom vlnových vad

$$W = \sum A_{klm} x_0^{'k} R_p^l \cos^m \varphi_p \equiv \sum W_{klm}$$

$$\begin{aligned} W = {} & A_{200} x_0^{'2} + A_{111} x_0^{'} R_p \cos\varphi_p + A_{020} R_p^2 + \\ & A_{040} R_p^4 + A_{131} x_0^{'} R_p^3 \cos\varphi_p + A_{222} x_0^{'2} R_p^2 \cos^2\varphi_p + \\ & A_{220} x_0^{'2} R_p^2 + A_{311} x_0^{'3} R_p \cos\varphi_p \end{aligned}$$

A_{klm} – koeficienty vlnových vad

Význam členů polynomu vlnových vad

W_{200} – konstantní fázový posun

W_{111} – náklon vlnoplochy

W_{020} – rozostření

Primární aberace

W_{040} – sférická vada třetího řádu

W_{131} – koma

W_{220} – zklenutí obrazové plochy

W_{222} – astigmatismus

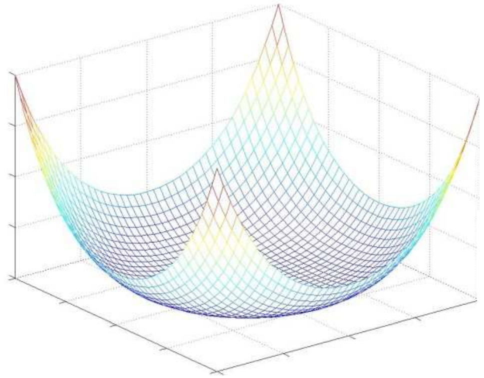
W_{311} – zkreslení

Aberace 3. řádu

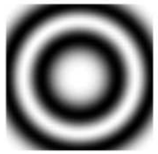
Znázornění vlnových vad v prostředí MATLAB

Sférická vada: $W_{040} = A_{040}\, R_p^{\,4}$

Deformace vlnoplochy



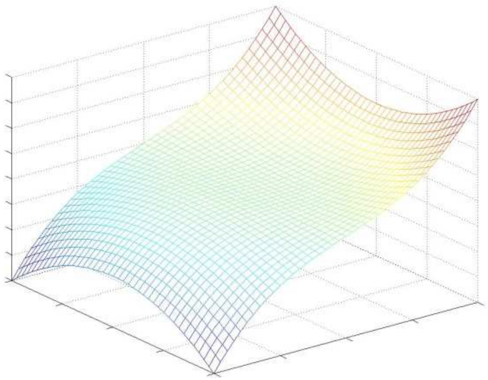
Interferenční obraz



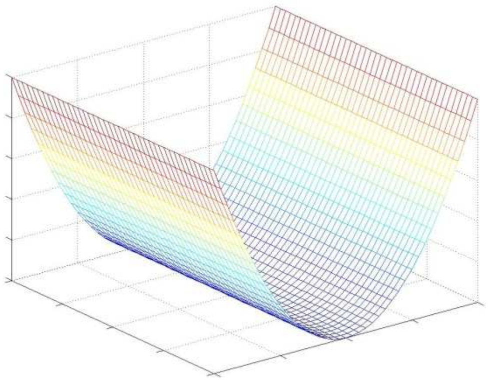
Referenční sférická vlna

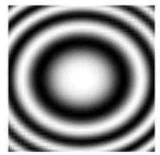
Referenční rovinná vlna

Koma: $W_{131} = A_{131}\, x'_0\, R_p^{\,3} \cos \varphi_p$

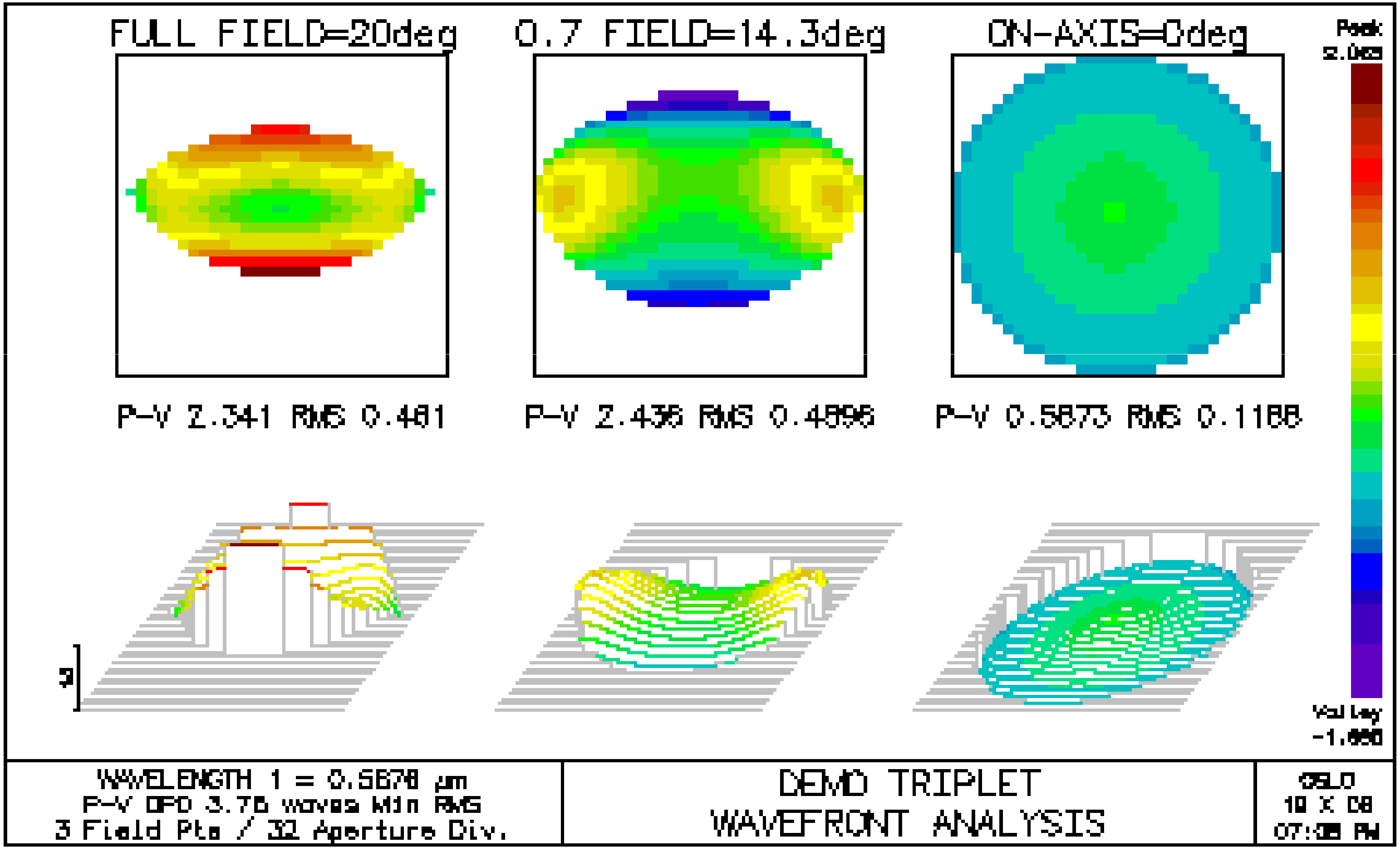


Astigmatismus: $W_{222} = A_{222}\, x'_0\, R_p^{\,2} \cos \varphi_p$





Vyhodnocení vlnových vad v programu OSLO



Určení složek paprskových vad z deformace vlnoplochy

Příklad: Paprsková představa Komy

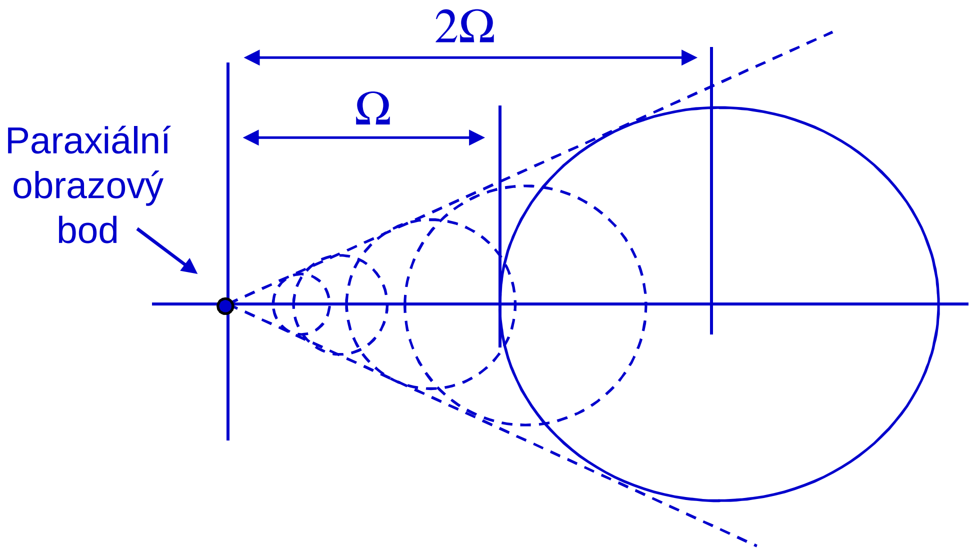
$$\frac{\partial W_{131}}{\partial X_p} = n'u\ \Delta x',$$

$$\frac{\partial W_{131}}{\partial Y_p} = n'u\ \Delta y'$$

$$\Delta x' = \Omega\ \ (2 + \cos 2\varphi_p),$$

$$\Delta y' = \Omega\ \ \sin 2\varphi_p,$$

$$\Omega = \frac{1}{n'u} A_{131}\ x_0'\ R_p^2.$$



Svazek paprsků, který vychází z předmětového bodu a výstupní pupilu protíná v kruhové zóně o poloměru R_p vytvoří v obrazové rovině rozptylový kroužek, který má poloměr Ω a jeho střed je od paraxiálního bodu vzdálen o 2Ω. Jestliže pupilu zaplňujeme svazky paprsků, které vytvářejí zóny s rostoucím poloměrem R_p, dostáváme v obrazové rovině rozptylové kroužky, jejichž poloměr postupně narůstá a jejich středy se současně vzdalují od paraxiálního obrazového bodu. Vzájemným překrytím vytvářejí typický komatický útvar.

Zobrazovací funkce

Bodová rozptylová funkce (Point Spread Function – PSF, funkce obrazu bodu)

PSF je funkce, která popisuje prostorové rozdělení normované intenzity, které systém vytvoří v rovině registrace obrazu při zobrazování bodového zdroje.

Bodová rozptylová funkce

$$I_N(X',Y') = \frac{|a(X',Y')|^2}{|a(0,0)|^2}$$

$a(X',Y')$ . . . komplexní amplituda ve vyšetřovaném bodu obrazové roviny

$a(0,0)$ . . . komplexní amplituda v paraxiálním obrazovém bodu

Pro normované pupilové souřadnice (X_p,Y_p) a normované obrazové souřadnice (X’,Y’) je komplexní amplituda určena jako Fourierova transformace pupilové funkce:

$$a(X',Y') = FT\{P(X_p,Y_p)\}$$

Kritéria hodnocení bodového zobrazení

Strehlovo kriterium

Určuje pokles intenzity v centru difrakčního obrazce (bod X'=Y'=0) způsobený vadami hodnoceného systému (nebo rozostřením) ve srovnání s intenzitou v centru Airyho disku, vytvořeného fyzikálně dokonalým systémem, který má stejný obrazový aperturní úhel jako systém hodnocený. Kriterium je použitelné pro hodnocení zobrazení ovlivněného malými vlnovými vadami.

Obecný tvar Strehlova kriteria

$$D = \frac{\left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int P_0(X_p, Y_p)\ \exp[ikW(X_p, Y_p)]\ dX_p dY_p \right|^2}{\left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int P_0(X_p, Y_p)\ dX_p dY_p \right|^2}$$

Strehlova kriterium pro OS s homogenně propustnou kruhovou pupilou:

$$P_0(X_p, Y_p) = \begin{matrix} 1 \ \ pro \ \ X_p^2 + Y_p^2 \leq 1 \\ 0 \ \ pro \ \ X_p^2 + Y_p^2 > 1 \end{matrix}$$

$$D = \left| \frac{1}{\pi} \int\limits_0^1 \int\limits_0^{2\pi} \exp[ikW(R_p, \varphi_p)]\ R_p dR_p d\varphi_p \ \right|^2$$

Analýza vlivu malých deformací vlnoplochy

Pro malé hodnoty vlnových vad můžeme Strehlovo kriterium určit s použitím tří členů rozvoje:

$$\exp(ikW) \approx 1 + ikW - \frac{(kW)^2}{2}$$

Přibližný tvar Strehlova kriteria (člen s W^4 byl zanedbán)**:**

$$D = 1 - k^2[\langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2]$$

$$\langle W \rangle = \frac{1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi} W \; R_p dR_p d\varphi_p ,$$

$$\langle W^2 \rangle = \frac{1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi} W^2 R_p dR_p d\varphi_p .$$

Systém bez optických vad: D=1
Přípustný pokles Strehlova kriteria: D>0.8

Za předpokladu stálé energie v obrazu bodu pokles hodnoty Strehlova kriteria signalizuje rozšíření centrálního maxima difrakčního obrazce nebo nárůst intenzity ve vedlejších maximech. Dá se tedy využít jako míra degradace obrazu bodu způsobená optickými vadami nebo rozostřením.

Přípustné rozostření fyzikálně dokonalého systému

Vlnová vada způsobená rozostřením: $W_{020} = A_{020} R_p^2, \qquad A_{020} = -u^2 \Delta Z' / 2$

Strehlovo kriterium pro rozostření: $D = 1 - \frac{1}{12} k^2 A_{020}^2$

U fyzikálně dokonalého systému jakýkoliv posuv roviny registrace obrazu mimo paraxiální obrazovou rovinu vede k degradaci obrazu. Připustný posuv této roviny můžeme určit z poklesu hodnoty Strehlova kriteria, který ještě může být akceptován (obvykle se připouští pokles D=0.8).

Přípustné rozostření

$$\Delta Z'_{max} = \pm\sqrt{2.4}\,\frac{\lambda}{u^2 \pi} \approx \pm \frac{\lambda}{2u^2}$$

S rostoucím aperturním úhlem OS se zmenšuje rozměr difrakčního obrazu bodu (poloměr Airyho disku je nepřímo úměrný aperturnímu úhlu) ale současně výrazně rostou nároky na přesnost polohy detektoru, který registruje obraz (přípustný defokusační posuv je nepřímo úměrný druhé mocině aperturního úhlu).

Optimální zaostření

U OS se zbytkovými optickými vadami může být jejich degradační účinek částečně eliminován vhodným posuvem roviny registrace obrazu vzhledem k paraxiální obrazové rovině. Optimální výběr tohoto posuvu je možné provést pomocí Strehlova kriteria.

Vlnové vady OS, které mají být kompenzovány optimálním zaostřením: W_S

Vlnová vada způsobená přeostřením: $W_{020} = A_{020} R_p^2$

Celková vlnová vada: $W = W_S + A_{020} R_p^2$

Strehlovo kriterium pro celkovou vlnovou vadu: D

Podmínka optimálního zaostření: $\boxed{\dfrac{\partial D}{\partial A_{020}} = 0}$

Koeficient optimálního zaostření pro vlnovou vadu W_S :

$$A_{020} = 6\ [\langle W_S \rangle - 2\langle W_S R_p^2 \rangle]$$

Koeficient optimálního zaostření pro vlnovou vadu W_S :

$$\Delta Z'_{OPT} = \frac{12}{u^2}\ [2\langle W_S R_p^2 \rangle - \langle W_S \rangle]$$

Optimální zaostření při sférické vadě 3. řádu

Vlnová vada pro sférickou vadu 3. řádu:

$$W_S = A_{040} R_P^4$$

$$\langle W_S \rangle = \frac{1}{3} A_{040} \,,$$

$$\langle W_S R_P^2 \rangle = \frac{1}{4} A_{040}$$

$$\Rightarrow$$

Koeficient optimálního zaostření:

$$A_{020} = -A_{040}$$

Optimální zaostřovací posuv:

$$\Delta Z'_{OPT} = \frac{2}{u^2} A_{040}$$

Strehlovo kriterium pro sférickou vadu 3. řádu:

$$D = 1 - \frac{4}{45} k^2 A_{040}^2$$

Podélná složka sférické vady 3. řádu:

$$\Delta Z'_S = \frac{4}{n' u^2} A_{040} R_P^2$$

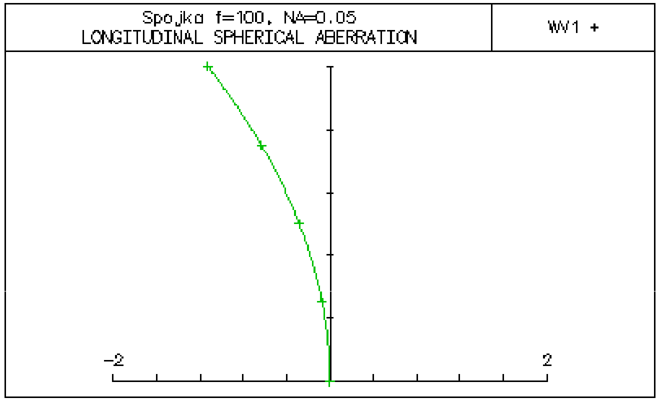
Největší přípustná hodnota sférické vady 3. řádu (pro D=0.8):

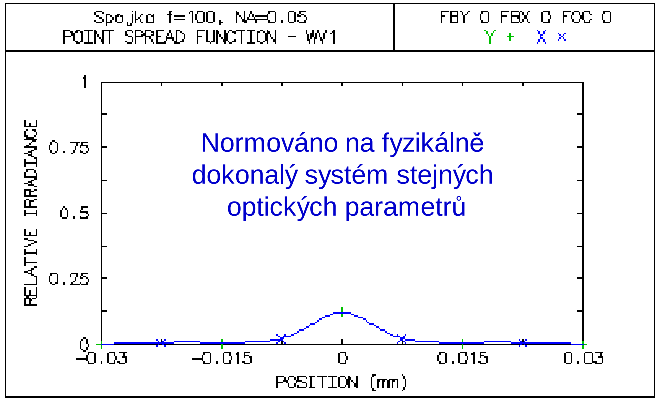
$$\Delta Z'_{S\,MAX} \approx \pm \frac{\lambda}{n' u^2}$$

Demonstrace optimálního zaostření v programu OSLO

Nekorigovaný průběh sférické vady – plankonvexní spojka

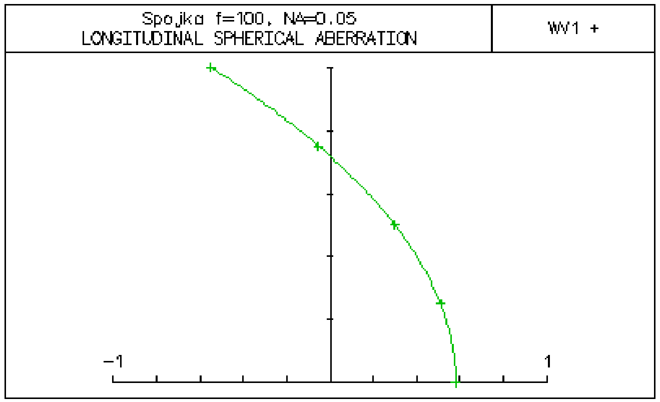
Paraxiální obrazová rovina

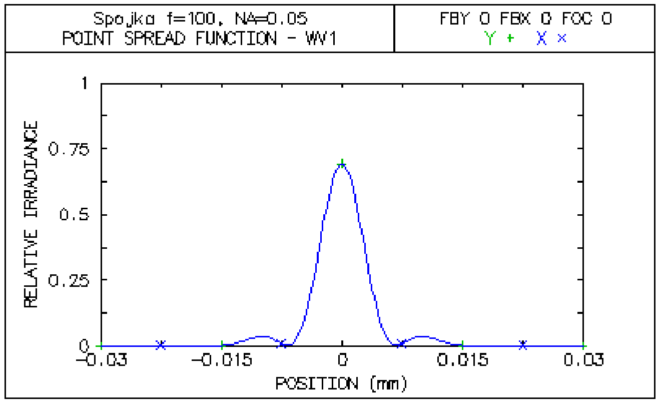




Optimální obrazová rovina

(poloha určena výpočtem pomocí extrému Strehlova kriteria)

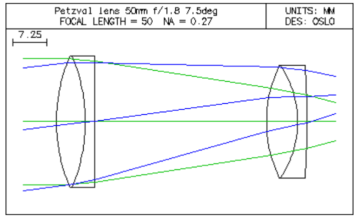




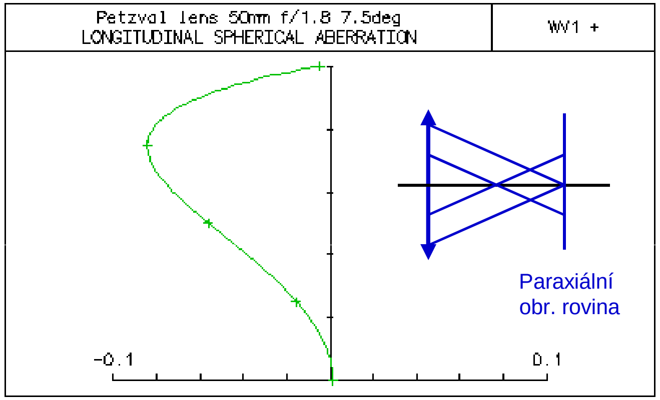
Přednáška 8

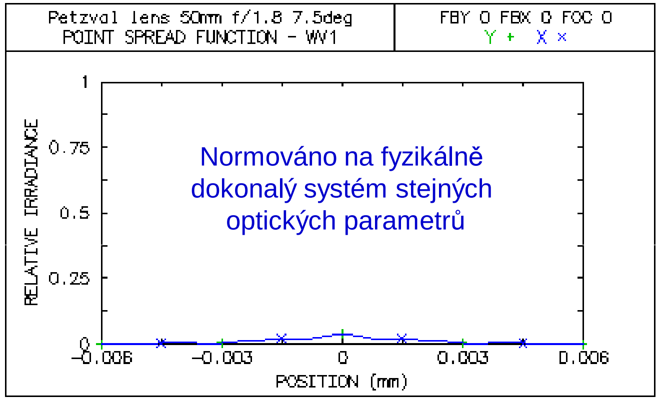
Demonstrace optimálního zaostření v programu OSLO

Korigovaný průběh sférické vady – Petzvalův objektiv



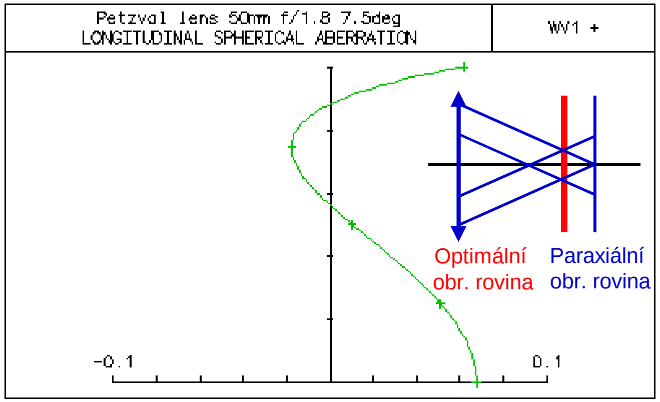
Paraxiální obrazová rovina

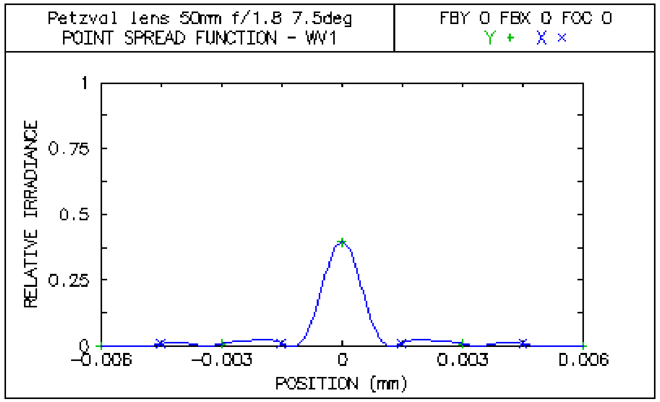




Optimální obrazová rovina

(poloha určena minimalizací RMS OPD v programu OSLO)





Zobrazování částečně koherentním světlem

Vlivy určující strukturu obrazu

- **Vlastnosti předmětu**
- **Vlastnosti Zobrazovacího systému**
- **Korelační vlastnosti světla**

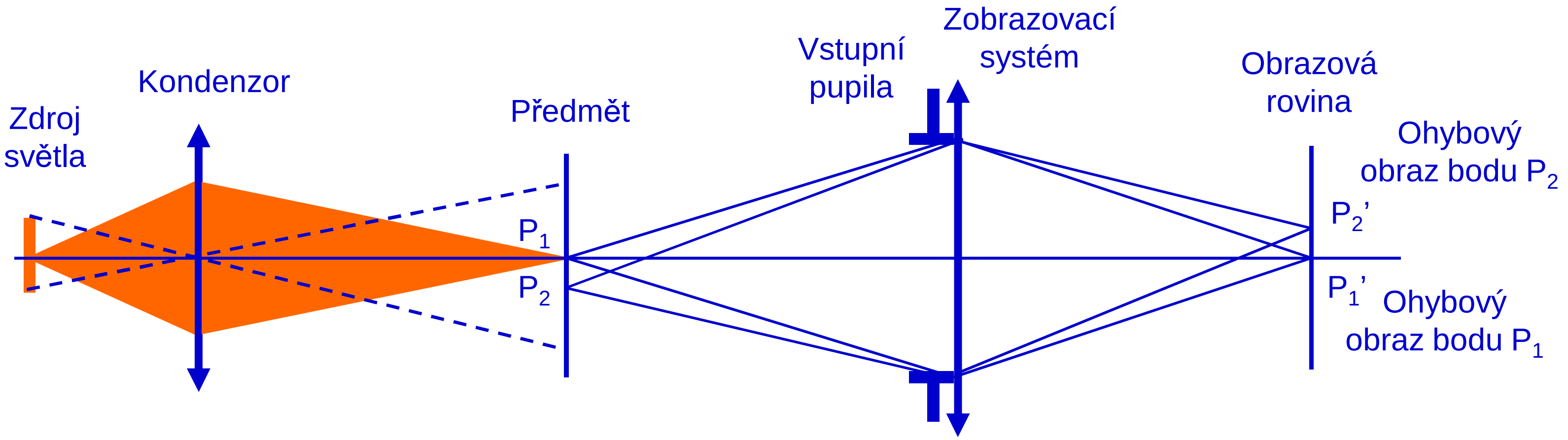
K popisu je třeba:

- **Znalost pojmů teorie koherence**
- **Znalost vlastností zdroje světla**
- **Přizpůsobení osvětlovacího a zobrazovacího systému**

Při zobrazování částečně koherentním světlem je nutné analyzovat optický řetězec tvořený osvětlovacím a zobrazovacím systémem. Rozlišovací schopnost řetězce závisí jen na koherenčních vlastnostech světla, které prosvětluje pozorovaný předmět a na optickém výkonu zobrazovacího systému. Optické vady osvětlovacího systému na rozlišovací schopnost nemají vliv.

Přednáška 9

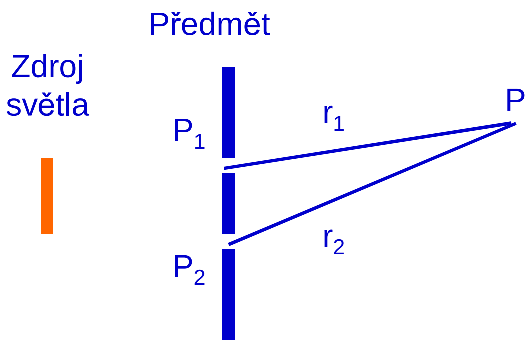
Kritické osvětlení



Osvětlení předmětu a vznik obrazu:

Zdroj monochromatického, prostorově nekoherentního záření je zobrazen do předmětové roviny a prosvětluje přitom pozorovaný předmět. Korelační vlastnosti světla vyslaného zdrojem se šířením vylepšují, takže záření v rovině předmětu je částečně koherentní. Jednotlivé body předmětu se stávají sekundárními zdroji a jsou optickým systémem zobrazeny. Bodům předmětu P_1 a P_2 pak odpovídají ohybové obrazce, které mají svá centra v paraxiálních obrazových bodech P_1' a P_2'. Velikost ohybových obrazců je určena geometrickými a optickými vlastnostmi zobrazovacího systému (v případě fyzikálně dokonalého systému jde o Airyho disk). Ohybové obrazce blízkých bodů se překrývají. Způsob jakým se signály sečtou závisí na míře koherence (sladění fáze) světla v odpovídajících bodech předmětu. Existují dva limitní případy: světlo je v uvažovaných bodech předmětu úplně korelované (koherentní) nebo úplně nekorelované (nekoherentní). Jsou-li předmětové body korelované, v obrazové rovině se sčitají komplexní amplitudy signálů v překrytých ohybových obrazcích. Výsledná intenzita je ovlivněna fázovým rozdílem signálů a říkáme, že ohybové obrazce interferují. V případě nekoherentních předmětových bodů se sčítají intenzity ohybových obrazců bez ohledu na fázi. V obecném případě jde o světlo částečně koherentní – výsledná intenzita překrytých ohybových obrazců je určena interferenčním zákonem pro částečně koherentní světlo.

Základní pojmy teorie koherence



E_P … kompl. ampl. v bodě P
E_j … kompl. ampl. v bodě P_j

$$E_P(t) = E_1(t - t_1) + E_2(t - t_2)$$

$$t_1 = r_1 / c, \qquad t_2 = r_2 / c$$

Intenzita zaznamenaná v bodě P:

$$I = \langle E_P(t) E_P^*(t) \rangle$$

Obvyklé předpoklady:

Signál je stacionární – děje nejsou závislé na posunutí v čase, $t - t_1 \to t, \quad t - t_2 \to t + \tau, \quad (t_1 - t_2 = \tau)$
Signál je ergodický – souborové středování lze nahradit středováním časovým (výsledek středování mnoha opakovaných realizací je stejný jako dostatečně dlouhé pozorování jediné realizace).

$$I = I_1 + I_2 + 2\Re\{\Gamma_{12}(\tau)\}$$

I_j … intenzita, kterou do bodu P přispívá předmětový bod P_j, Γ_{12} … funkce vzájemné koherence

Funkce vzájemné koherence:

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1(t) E_2^*(t + \tau) \rangle$$

Vzájemná intenzita:

$$\Gamma_{12}(0) = \langle E_1(t) E_2^*(t) \rangle$$

Intenzita:

$$I_j \equiv \Gamma_{jj}(0) = \langle E_j(t) E_j^*(t) \rangle$$

Přednáška 9

Interference částečně koherentního světla

Komplexní stupeň koherence:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} = |\gamma_{12}(\tau)| \exp[i\Phi_{12}(\tau)]$$

Stupeň koherence   Fázový rozdíl

Interferenční zákon:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,|\gamma_{12}(\tau)| \cos\Phi_{12}(\tau)$$

$|\gamma_{12}| = 1$ *koherentní světlo*

$|\gamma_{12}| = 0$ *nekoherentní světlo*

$0 < |\gamma_{12}| < 1$ *částečně koherentní světlo*

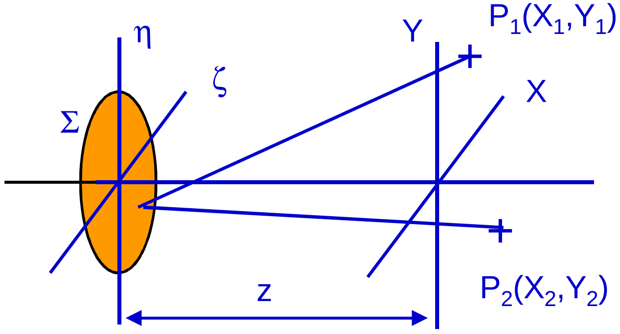
Viditelnost interferenčního obrazce (kontrast, vizibilita):

$$V \equiv \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |\gamma_{12}(\tau)|$$

Van Cittertův – Zernikeův teorém

Pro analýzu optického řetězce pro zobrazování částečně koherentním světlem je nutné vedět, jak se při šíření volným prostorem mění korelační vlastnosti světla vyzářeného kvazimonochromatickým prostorově nekoherentním zdrojem.
Tyto změny jsou dány Van Cittertovým – Zernikeovým teorémem.

Prostorově nekoherentní zdroj



Intenzita zdroje: $I(\xi,\eta)\neq 0 \quad pro \quad (\xi,\eta)\in\Sigma$

$I(\xi,\eta)= 0 \quad pro \quad (\xi,\eta)\notin\Sigma$

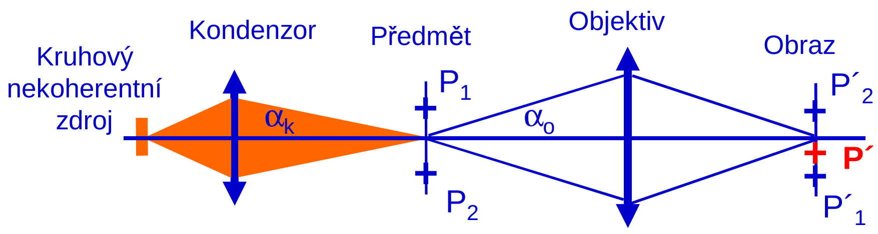
Van Cittertův – Zernikeův teorém:
Stupeň koherence světla vyzářeného prostorově nekoherentním zdrojem je při jeho šíření prostorem určen jako Fourierova transformace intenzitního profilu zdroje.

Stupeň koherence v bodech P_1, P_2:

$$\gamma(P_1,P_2)=\exp(i\psi)\frac{\int\int_{-\infty}^{+\infty} I(\xi,\eta)\exp[i2\pi(p\xi+q\eta)]d\xi\ d\eta}{\int\int_{-\infty}^{+\infty} I(\xi,\eta)d\xi\ d\eta}$$

$$p=\frac{X_1-X_2}{z\lambda},\quad q=\frac{Y_1-Y_2}{z\lambda},\quad \psi=\frac{\pi}{z\lambda}\left(X_1^2-X_2^2+Y_1^2-Y_2^2\right)$$

Zobrazování systémem s kritickým osvětlením



Budeme-li body P_1 a P_2 předmětové roviny chápat jako bodové sekundární zdroje, pak za předpokladu fyzikálně dokonalého objektivu budou paraxiální obrazové body P'_1 a P'_2 centry difrakčně omezených obrazců (Airyho disků). Do bodu P'(X,Y), který je blízký bodům $P'_1(X_1,Y_1)$ a $P'_2(X_2,Y_2)$ budou jednotlivé obrazy přispívat následující intenzitou:

Obraz zdroje je v rovině předmětu mnohem větší než Airyho disk odpovídající apertuře kondenzoru. Při této situaci je stupeň koherence v bodech P_1 a P_2 stejný jako kdyby byl předmět osvětlen prostorově nekoherentním zdrojem umístěným v rovině kondenzoru. Stupeň koherence v bodech P_1, P_2 pak lze určit přímým použitím Van Cittertova-Zernikeova teorému pro kruhový zdroj:

Intenzita, kterou předmětový bod P_j přispívá do bodu P'

$$I^{(j)}(P') = \left[\frac{2J_j(v_j)}{v_j}\right]^2, \quad j = 1,2$$

$$v_j = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{(X - X_j)^2 + (Y - Y_j)^2}\,\sin\alpha_o$$

Stupeň koherence v bodech $P_1(X_1,Y_1)$, $P_2(X_2,Y_2)$

$$\gamma(P_1,P_2) = \frac{2J_1(u_{12})}{u_{12}}$$

$$u_{12} = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}\,\sin\alpha_k$$

Zobrazení dvojice bodů při kritickém osvětlení

Intenzita v bodu P’ obrazové roviny (blízkém bodům P'_1 a P'_2) je určena jako superpozice příspěvků difrakčně omezených obrazů předmětových bodů P_1 a P_2. Způsob jakým se oba příspěvky složí závisí na stupni koherence v bodech P_1 a P_2. V obecném případě bude intenzita v bodu P’ určena interferenčním zákonem pro částečně koherentní světlo.

Intenzita v obrazové rovině při zobrazení dvojice částečně koherentních bodů

$$I(P') = \left[\frac{2J_1(v_1)}{v_1}\right]^2 + \left[\frac{2J_2(v_2)}{v_2}\right]^2 + 2\frac{2J_1(mv_{12})}{mv_{12}}\ \frac{2J_1(v_1)}{v_1}\ \frac{2J_2(v_2)}{v_2}$$

$$m = \frac{\sin\alpha_k}{\sin\alpha_o}, \qquad v_{12} = \frac{u_{12}}{m} = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}\,\sin\alpha_o$$

Speciální případy kritického osvětlení

Koherentní zobrazení

Je-li apertura kondenzoru velmi malá (m~0), pak předmětové body P_1 a P_2 jsou osvětleny koherentně a výsledná intenzita v bodu P’ je dána jako:

$$I(P') = \left[\frac{2J_1(v_1)}{v_1} + \frac{2J_2(v_2)}{v_2}\right]^2$$

Nekoherentní zobrazení

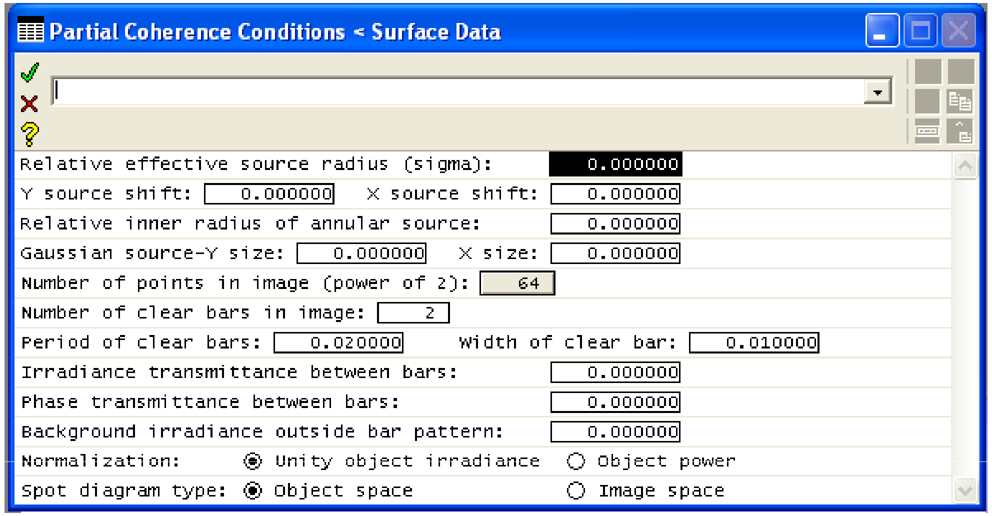
Podmínky nekoherentního zobrazení jsou splněny pokud m=1 (apertury kondenzoru a objektivu jsou stejné) a v_{12} je nenulovým kořenem rovnice $J_1(v_{12})=0$ (vzdálenost obrazových bodů P'_1 a P'_2 je rovna poloměru některého z tmavých kroužků Airyho disku):

$$I(P') = \left[\frac{2J_1(v_1)}{v_1}\right]^2 + \left[\frac{2J_2(v_2)}{v_2}\right]^2$$

Přednáška 9

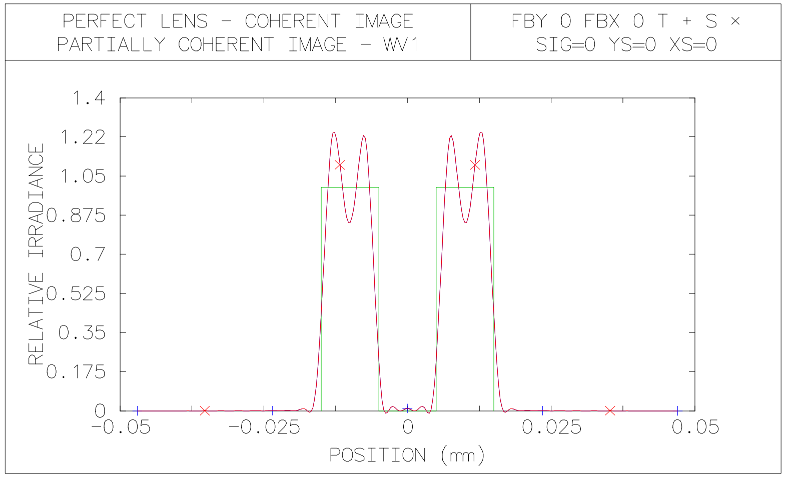
Simulace řetězce s kritickým osvětlením - OSLO

„Perfect Lens“ f=100, NA=0.1



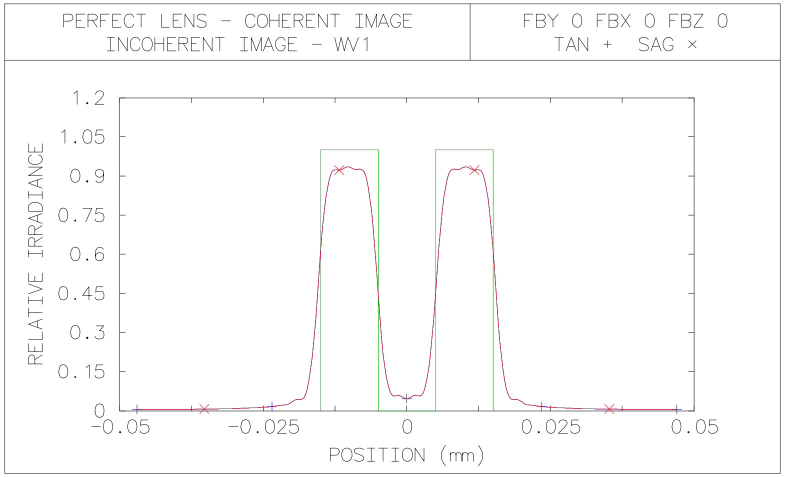
Koherentní zobrazení

Relativní efektivní poloměr zdroje (sigma) = 0



Nekoherentní zobrazení

Relativní efektivní poloměr zdroje (sigma) > 2



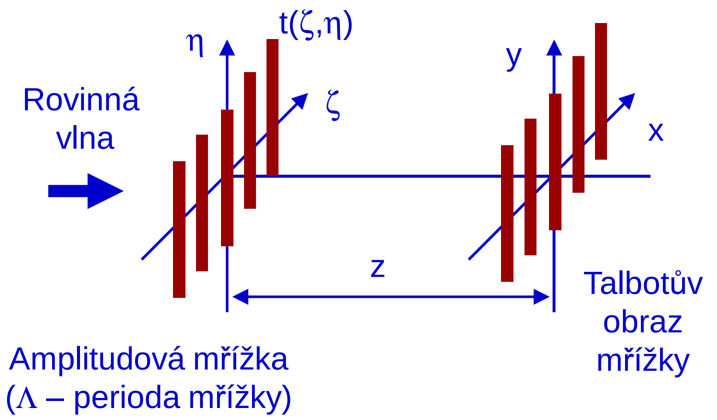
Talbotův jev - samozobrazení

Vliv koherence světla na vznik obrazu lze názorně demonstrovat na příkladu Talbotova samozobrazení. Podstata jevu bude nejprve objasněna pro koherentní světlo. Následně bude Talbotův jev simulován v programu OSLO a studován vliv prostorové koherence světla.

Podstata Talbotova jevu (W.F. Talbot 1800-1870)

Jedná se o optický jev při kterém rovinná vlna procházející strukturou s periodickou funkcí propustnosti (např. kosinovou amplitudovou mřížkou) při následném volném šíření reprodukuje výchozí strukturu mřížky. Tímto způsobem vznikají obrazy mřížky bez použití zobrazovacích prvků – proto je jev označován za Talbotovo samozobrazení.

Geometrie Talbotova samozobrazení



Postup popisu jevu

- Periodická struktura (mřížka) je zapsána pomocí funkce propustnosti t(ζ,η).
- Je zvolen způsob popisu volného šíření rovinné vlny po Průchodu mřížkou. Matematicky to lze výhodně provést ve frekvenčním přístupu (alternativně se nabízí přístup impulzní).
- Ve frekvenčním přístupu je nutné vypočítat prostorové spektrum mřížky ve výchozí rovině a popsat jeho šíření na vzdálenost z.
- To se provede vynásobením prostorového spektra přenosovým faktorem volného prostoru vyjádřeným ve Fresnelově aproximaci.
- Zpětnou Fourierovou transformací se z prostorového spektra v cílové rovině určí komplexní amplituda, která popisuje Talbotovy obrazy mřížky.

Matematický popis Talbotova jevu

Funkce propustnosti amplitudové kosinové mřížky: $t(\xi,\eta) = \frac{1}{2}\left[1 + m\cos(2\pi\xi/\Lambda)\right]$

Prostorové spektrum mřížky (Fourierova transformace funkce propustnosti):

$$T(\nu_x,\nu_y) \equiv FT\{t(\xi,\eta)\} = \frac{1}{2}\delta(\nu_x,\nu_y) + \frac{m}{4}\delta\left(\nu_x - \frac{1}{\Lambda},\nu_y\right) + \frac{m}{4}\delta\left(\nu_x + \frac{1}{\Lambda},\nu_y\right)$$

Přenosová funkce volného prostoru (Fresnelova aproximace):

$$H(\nu_x,\nu_y,z) = \exp\left[-i\pi\lambda z\left(\nu_x^2 + \nu_y^2\right)\right]$$

Komplexní amplituda ve vzdálenosti z za mřížkou:

$$U(x,y,z) \equiv FT^{-1}\{T(\nu_x,\nu_y,z)\} = \frac{1}{2}\left[1 + m\cos(2\pi x/\Lambda)\exp\left(-i\pi\lambda z/\Lambda^2\right)\right]$$

Vznik Talbotových obrazů

Při volném šíření světla za mřížkou lze rozlišit tři významné situace:

Přesné Talbotovy obrazy mřížky

Obrazy vznikají ve vzdálenostech, které splňují podmínku $\frac{\pi\lambda z}{\Lambda^2} = 2n\pi, \quad n = 0,1,2\ldots$

$$I = |U|^2 = \frac{1}{4}\left[1 + m\cos(2\pi x/\Lambda)\right]^2$$

Reverzní Talbotovy obrazy mřížky (fázový posuv mřížky π)

Obrazy vznikají ve vzdálenostech, které splňují podmínku $\frac{\pi\lambda z}{\Lambda^2} = (2n+1)\pi, \quad n = 0,1,2\ldots$

$$I = \frac{1}{4}\left[1 - m\cos(2\pi x/\Lambda)\right]^2$$

Talbotovy „subobrazy“ mřížky (dvojnásobná frekvence, redukovaný kontrast)

Obrazy vznikají ve vzdálenostech, které splňují podmínku $\frac{\pi\lambda z}{\Lambda^2} = (2n-1)\frac{\pi}{2}, \quad n = 0,1,2\ldots$

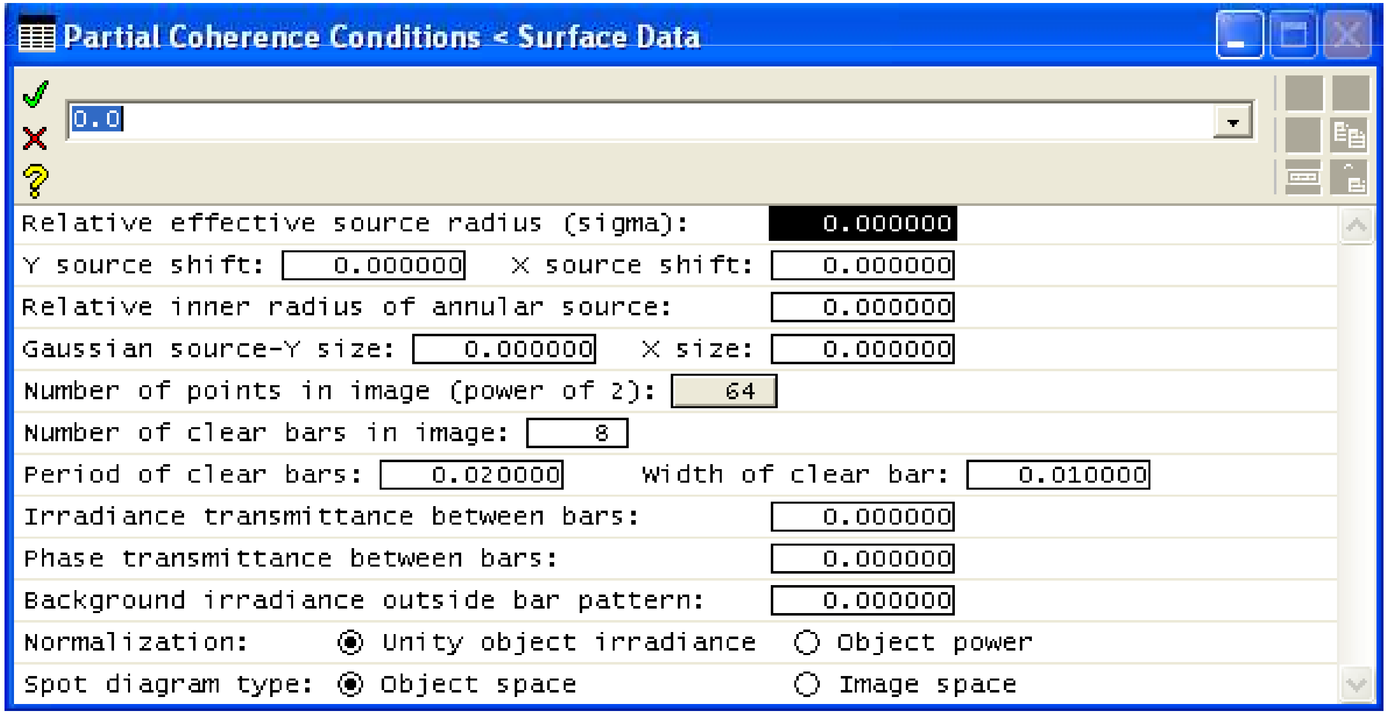
$$I = \frac{1}{4}\left[\left(1 + \frac{m^2}{2}\right) + \frac{m^2}{2}\cos\left(\frac{4\pi x}{\Lambda}\right)\right]$$

Simulace Talbotova jevu – program OSLO

Postup simulace a nastavení parametrů

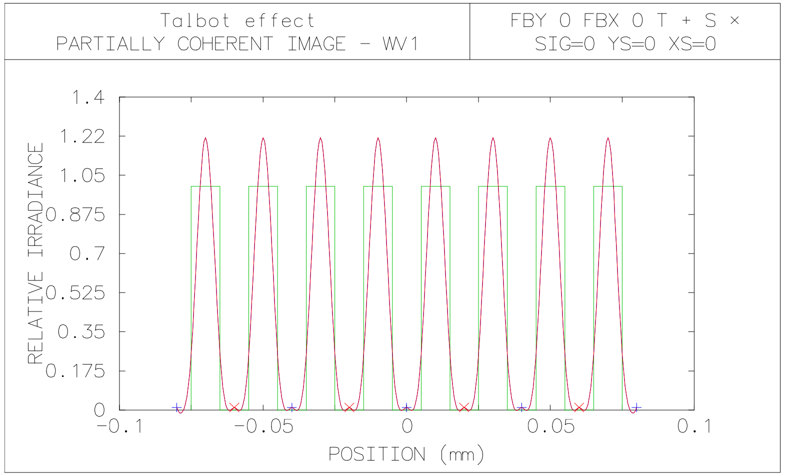
Pro simulaci je zvolen fyzikálně dokonalý systém („Perfect Lens“) s parametry: f’ = 100 mm, NA = 0.05, m = 0.
Jako předmět je zvolena amplitudová pravoúhlá mřížka s obrazovou periodou Λ = 20 µm.
Mřížka je zobrazena do obrazové ohniskové roviny. Při defokusačním posuvu detektoru podél optické osy systému se v příslušných rovinách objevují přesné Talbotovy obrazy mřížky, obrazy s reverzním kontrastem a obrazy mřížky s dvojnásobnou frekvencí.
Příslušné defokusační posuvy jsou určeny periodou mřížky Λ a vlnovou délkou λ.

Zadání parametrů zdroje v programu OSLO
(samozobrazení Talbotovy mřížky v koherentním světle)

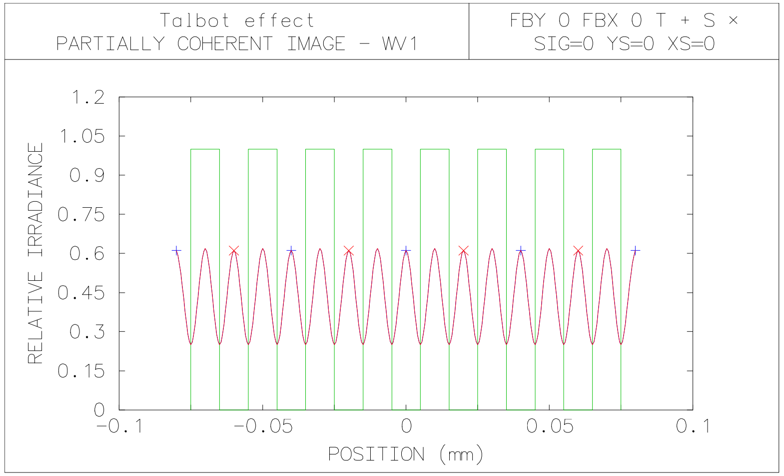


Koherentní Talbotovy obrazy – program OSLO

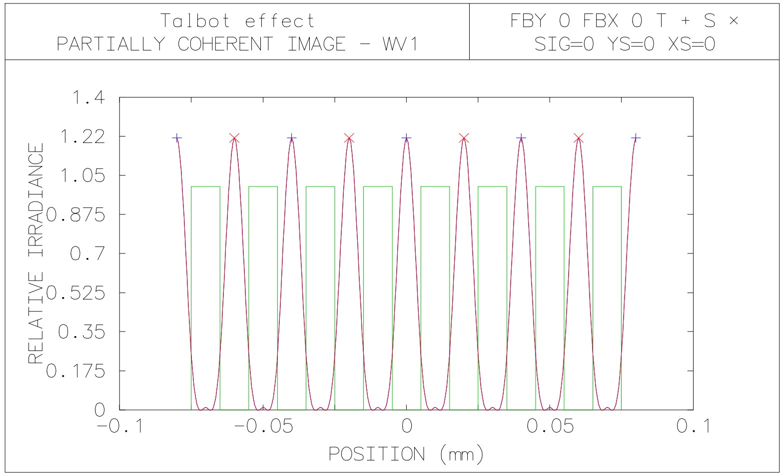
Perfektní obraz v ohniskové rovině, Δz=0 mm



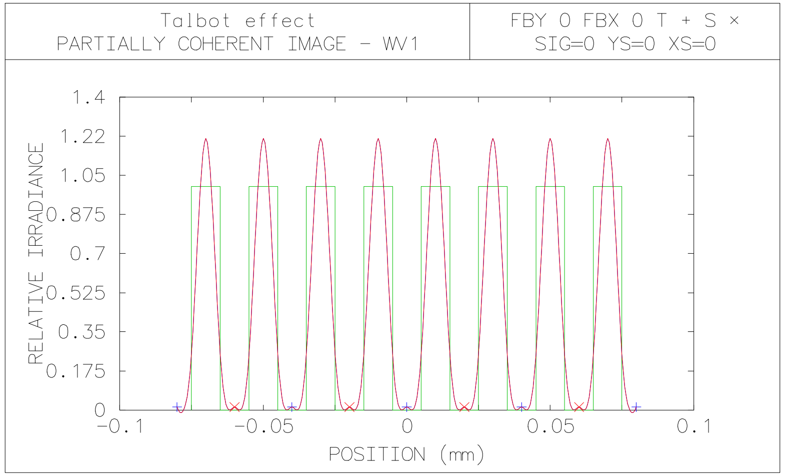
První “subobraz” (dvojnásobná frekvence), Δz=0.4 mm



První reverzní obraz (fázový posuv π), Δz=0.8 mm



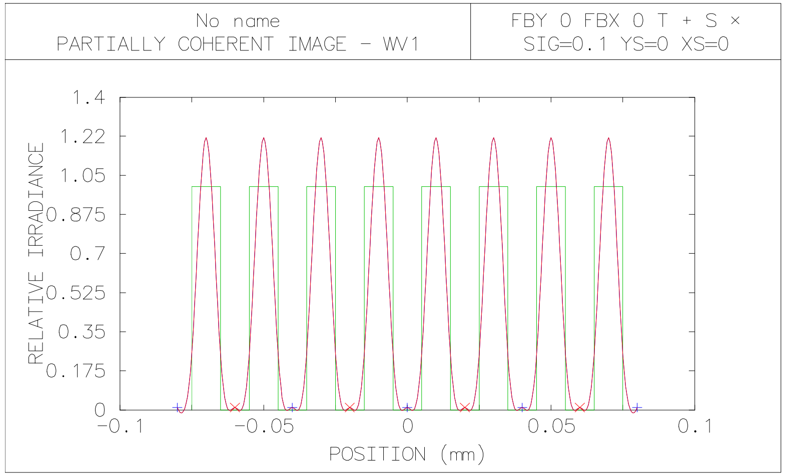
První perfektní Talbotův obraz, Δz=1.6 mm



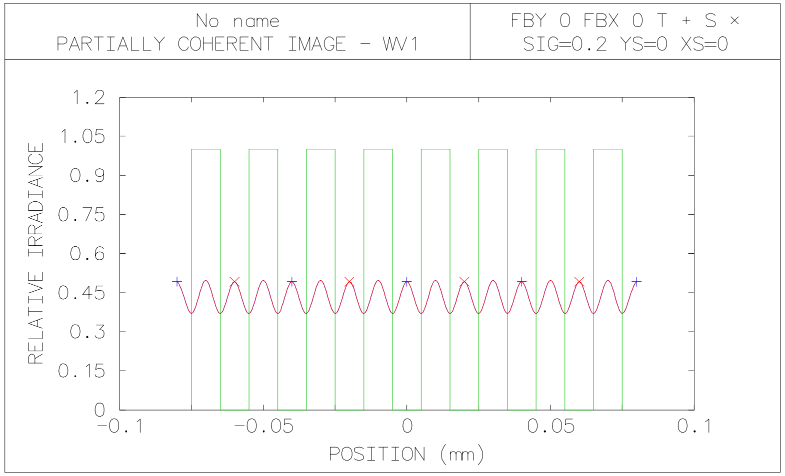
Částečně koherentní Talbotovy obrazy

Částečně koherentní světlo: efektivní poloměr zdroje σ = 0.2

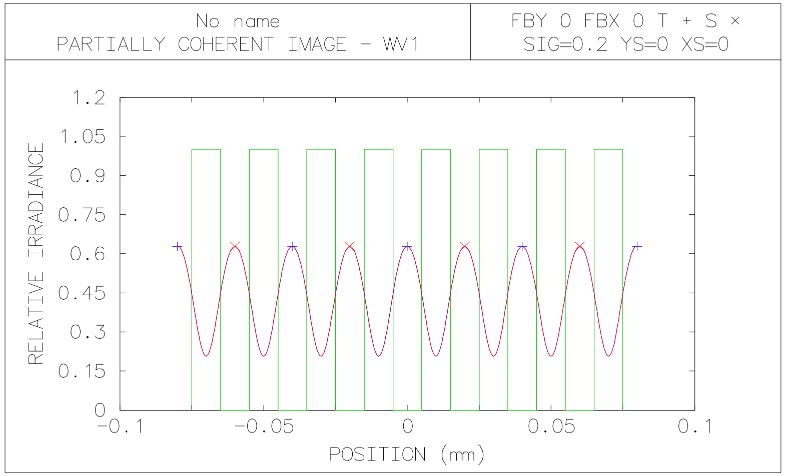
Perfektní obraz v ohniskové rovině, Δz=0 mm



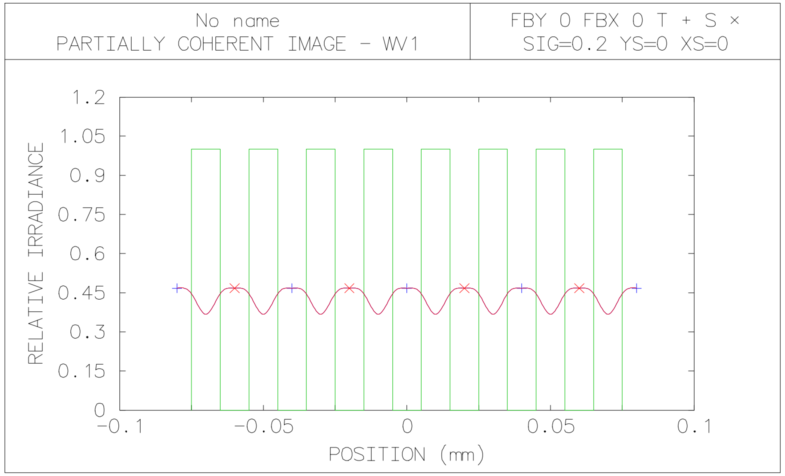
První "subobraz" (dvojnásobná frekvence), Δz=0.4 mm



První reverzní obraz (fázový posuv π), Δz=0.8 mm



První Talbotův obraz, Δz=1.6 mm

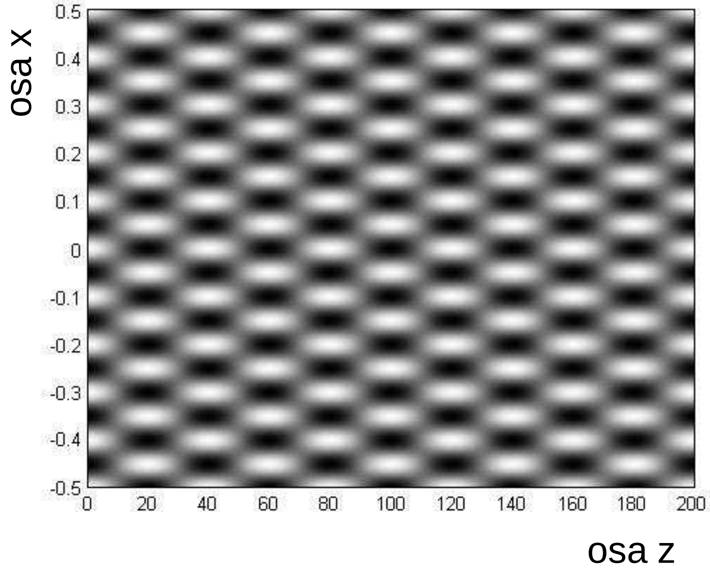


Simulace Talbotova jevu – MATLAB

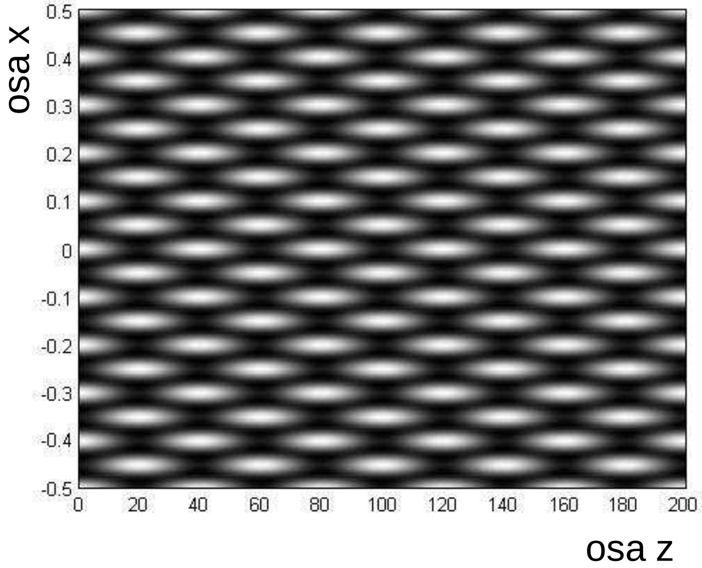
Funkce propustnosti mřížky

$$t(\xi,\eta) = \frac{1}{2}\left[1 + m\cos(2\pi\xi/\Lambda)\right]$$

m = 0.2



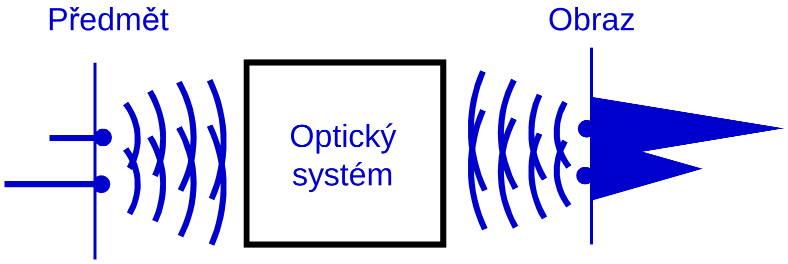
m = 2



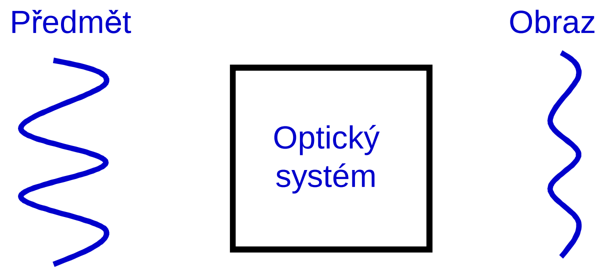
Přednáška 11

Zobrazení rozlehlého předmětu

Impulzní přístup



Frekvenční přístup



Předmět je považován za soubor sekundárních bodových zdrojů, které vysílají divergentní sférické vlny. Ty jsou zachyceny a transformovány optickým systémem. Každému bodovému sekundárnímu zdroji předmětu odpovídá v obrazové rovině rozptylová ploška jejíž velikost a tvar jsou ovlivněny vlastnostmi optického systému. Výsledný rozruch v daném bodu obrazové roviny pak musí být určen jako součet příspěvků jednotlivých bodových zdrojů předmětu. Protože bodové sekundární zdroje pokrývají předmět spojitě je nutné výsledný rozruch ve vyšetřovaném bodu obrazu určit integrální transformací známou jako *konvoluce*.

Předmět je s využitím principů Fourierovské optiky reprezentován spojitou superpozicí kosinových mřížek různých prostorových frekvencí, amplitud a fází. Zobrazení pak může být chápáno jako přenos periodických struktur ze kterých je předmět složen. V případě ideálního zobrazení předmětu by mřížky všech prostorových frekvencí musely být přeneseny s nezměněnou amplitudou a fází. Při reálném zobrazení jsou jednotlivé mřížky přeneseny s amplitudovým útlumem případně s fázovým posuvem. V důsledku těchto změn dochází k degradaci obrazu. Metodika hodnocení obrazu založená na analýze přenosu periodických struktur optickým systémem využívá výpočetní aparát známý jako *optická funkce přenosu*.

Podmínky použití frekvenční analýzy zobrazení

Předpoklady zavedení optické funkce přenosu

Podmínka lineární superpozice

Podmínka lokální izoplanázie

Podmínka lineární superpozice:

Hodnocený optický systém musí optický signál, transformovat při splnění podmínky lineární superpozice. Odpovídají-li veličinám f_1 a f_2 v předmětovém prostoru veličiny g_1 a g_2 v obrazovém prostoru, pak veličině f_1+f_2 musí odpovídat veličina g_1+g_2.

Podmínky lineárního přenosu optického signálu se mění s jeho korelačními vlastnostmi:

koherentní světlo – lineární přenos komplexní amplitudy,

nekoherentní světlo – lineární přenos intenzity,

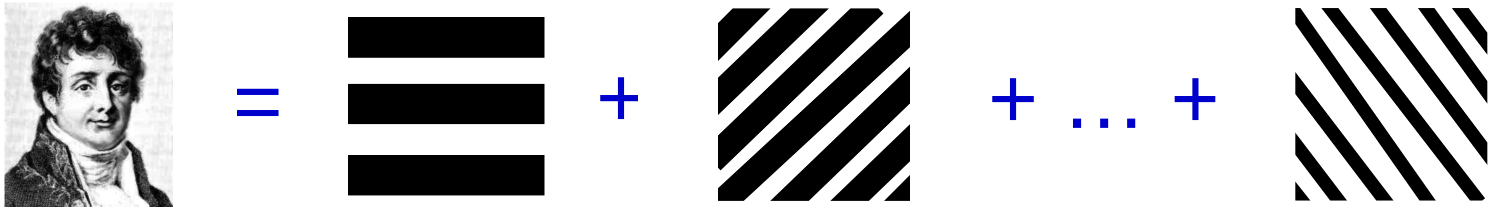
částečně koherentní světlo – lineární přenos vzájemné intenzity.

Podmínka lokální izoplanázie

Tato podmínka vyžaduje aby při malém bočním přemístění předmětového bodu došlo k odpovídajícímu přemístění rozptylového obrazce v obrazové rovině beze změny jeho velikosti a tvaru. Má-li předmětový bod souřadnice x_0, y_0 a souřadnice v obrazové rovine jsou x’, y’, pak bodová rozptylová funkce má na těchto souřadnicích závislost tvaru $I_N = I_N(x'-x_0, y'-y_0)$.

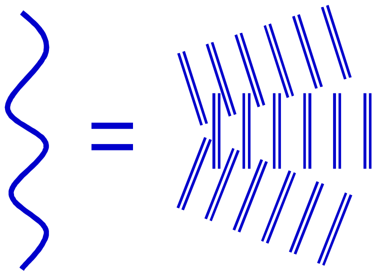
Princip harmonické analýzy optického signálu

J.-B. J. Fourier (1786-1830)
Objevil harmonickou analýzu, která říká, že periodickou funkci lze považovat za součty sinusovek.

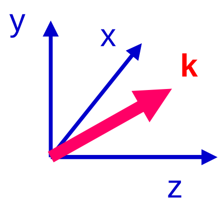


f(x,y)

Optický signál, který je v předmětové rovině určen dvourozměrnou funkcí f(x,y), lze nahradit spojitou superpozicí periodických funkcí o rozdílných prostorových frekvencích a komplexních amplitudách.



Periodická funkce (mřížka), která reprezentuje objekt v předmětové rovině odpovídá při šíření volným prostorem rovinné vlně jejíž směr šíření je určen prostorovou periodou mřížky.



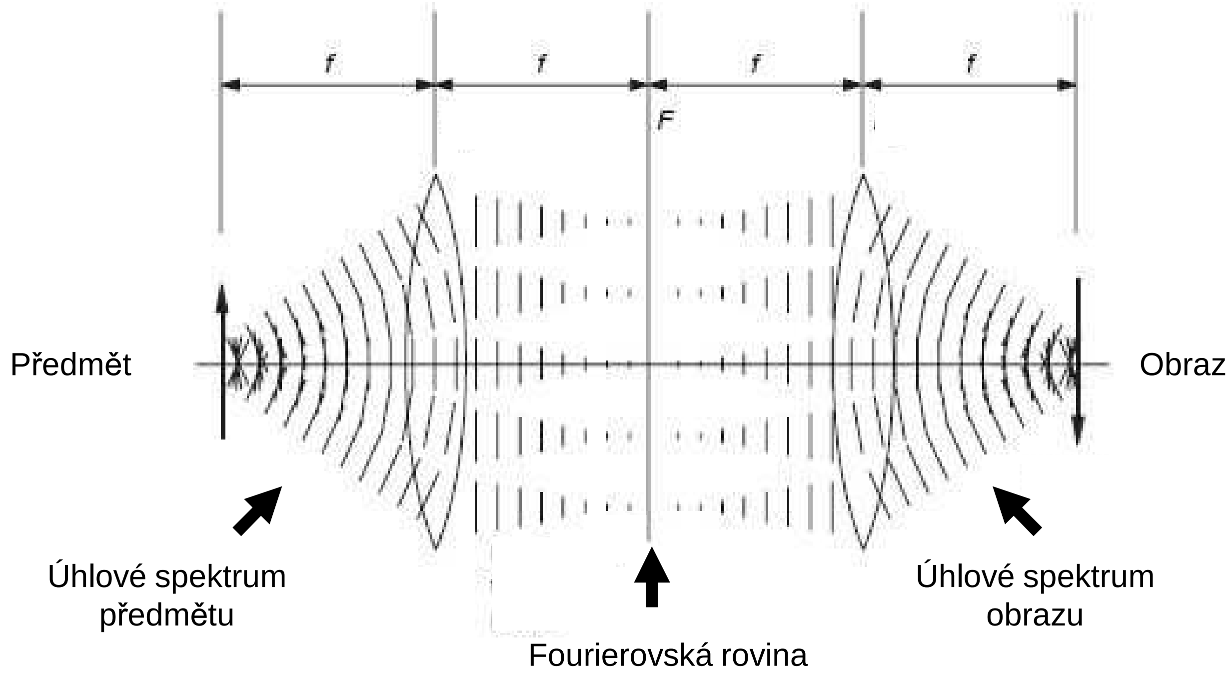
Vztah mezi prostorovými frekvencemi a směry šíření rovinných vln:

$$\nu_x = \cos\alpha/\lambda,$$
$$\nu_y = \cos\beta/\lambda,$$

α a β jsou úhly, které svírá vlnový vektor **k** s osami x a y.

Filtrace prostorového spektra

4 – f optický systém

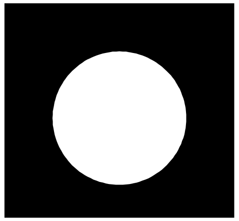


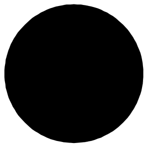
Předmět je reprezentován úhlovým spektrem, jehož komponenty jsou rovinné vlny různých amplitud a směrů šíření. V ohniskové rovině první čočky je každá z rovinných vln lokalizována v jediném bodě – v této rovině vzniká Fourierovské spektrum předmětu. Vložením vhodného filtru mohou být některé komponenty ze spektra vyřazeny, což se projeví změnou struktury obrazu. Filtraci vysokých (nízkých) prostorových frekvencí lze provést vložením kruhové clony (nepropustného terčíku) do Fourierovské roviny.

Simulace 4 – f systému v prostředí MATLAB

Předmět

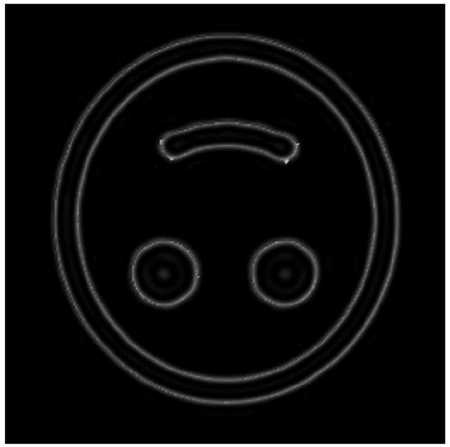
Vysokofrekvenční filtrace



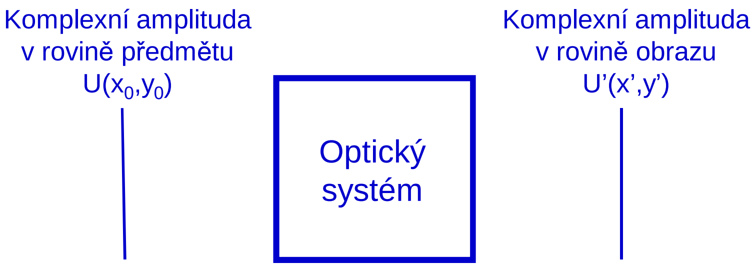


Nízkofrekvenční filtrace

Filtrovaný obraz



Optická funkce přenosu pro koherentní světlo



Optický systém při zobrazování v koherentním světle charakterizuje *Přístrojová funkce G*(x',y'): je to normovaná komplexní amplituda reprezentující obraz bodu (určí se pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce).

Komplexní amplituda v obrazové rovině je určena jako konvoluce komplexní amplitudy předmětu a přístrojové funkce:

$$U'(x',y') = \iint_{-\infty}^{+\infty} U(x_0,y_0)\,G(x'-x_0,y'-y_0)\,dx_0\,dy_0$$

Zkrácený zápis konvoluce:

$$U' = U * G$$

Zavedení optické funkce přenosu pro koherentní světlo

Konvoluce funkcí *U'*, *U* a *G* se dá zapsat jako součin Fourierových obrazů těchto funkcí:

$$\overline{U}' = \overline{U}\ \ \overline{G}$$

Funkce $\overline{G}(\nu_x,\nu_y) \equiv FT\{G(x,y)\}$ představuje *Optickou funkci přenosu pro koherentní osvětlení*. Lze ji chápat jako poměr komponent Fourierova spektra reprezentujících komplexní amplitudu obrazu a předmětu,

$$\overline{G}(\nu_x,\nu_y) = \overline{U}'(\nu_x,\nu_y) / \overline{U}(\nu_x,\nu_y)$$

Základní pojmy frekvenční analýzy

Pro hodnocení optických systémů se používá normovaná optická funkce přenosu:

$$\overline{G}_N\left(\nu_x,\nu_y\right)=\overline{G}\left(\nu_x,\nu_y\right)/\,\overline{G}\left(0,0\right)$$

Optická funkce přenosu je obecně komplexní funkce a dá se zapsat ve tvaru:

$$\overline{G}_N\left(\nu_x,\nu_y\right)=|\,\overline{G}_N\left(\nu_x,\nu_y\right)|\exp\left[i\Phi\left(\nu_x,\nu_y\right)\right]$$

$|\,\overline{G}_N\left(\nu_x,\nu_y\right)|$ . . . . . funkce přenosu modulace (kontrastu)

$\Phi\left(\nu_x,\nu_y\right)$ . . . . . funkce přenosu fáze

Výpočet OFP pro koherentní osvětlení

Normovaná OFP pro koherentní světlo je dána pupilovou funkcí OS:

$$\overline{G}_N(\nu_x,\nu_y)=P(\nu_x,\nu_y)$$

Prostorové frekvence jsou svázány se souřadnicemi výstupní pupily x_p, y_p, vlnovou délkou λ a polohou obrazové roviny p :

$$\nu_x=\frac{x_p}{p\lambda},\quad \nu_y=\frac{y_p}{p\lambda}.$$

Speciální případ: Koherentní OFP pro fyzikálně dokonalý systém

Pupilová funkce OS:

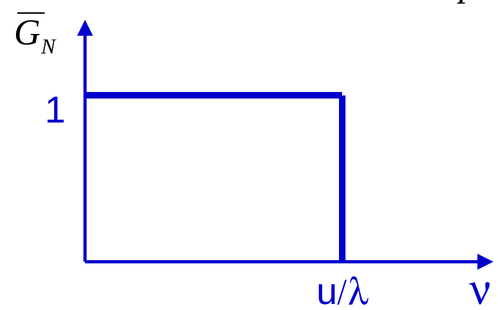
$$P(x_p,y_p)=\begin{matrix} 1 & pro & x_p^2+y_p^2\le\rho_p^2 \\ 0 & pro & x_p^2+y_p^2>\rho_p^2 \end{matrix}$$

Maximální radiální prostorová frekvence přenesená fyzikálně dokonalým OS s obrazovým aperturním úhlem u při koherentním osvětlení:

$$\nu_M=\frac{u}{\lambda}$$

Průběh OFP:

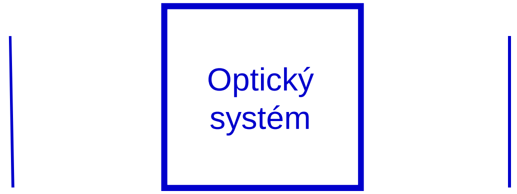
$$\overline{G}_N(\nu_x,\nu_y)=\begin{matrix} 1 & pro & \nu_x^2+\nu_y^2\le\dfrac{\rho_p^2}{p^2\lambda^2} \\ 0 & pro & \nu_x^2+\nu_y^2>\dfrac{\rho_p^2}{p^2\lambda^2} \end{matrix}$$



Optická funkce přenosu pro nekoherentní světlo

Intenzita v rovině předmětu $B(x_0,y_0)$

Intenzita v rovině obrazu $B'(x',y')$



Optický systém při zobrazování v nekoherentním světle charakterizuje *Bodová rozptylová funkce I*(x',y'): je to normovaná intenzita reprezentující obraz bodu (určí se pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce).

Intenzita v obrazové rovině je určena jako konvoluce intenzity předmětu a bodové rozptylové funkce:

$$B'(x',y') = \iint_{-\infty}^{+\infty} B(x_0,y_0) I(x'-x_0, y'-y_0) dx_0 dy_0$$

Zkrácený zápis konvoluce:

$$B' = B * I$$

Zavedení optické funkce přenosu pro nekoherentní světlo

Konvoluce funkcí *B*', *B* a *I* se dá zapsat jako součin Fourierových obrazů těchto funkcí:

$$\overline{B}' = \overline{B} \quad \overline{T}$$

Funkce $\overline{T}$ představuje *Optickou funkci přenosu pro nekoherentní osvětlení*.
Lze ji chápat jako poměr komponent Fourierova spektra reprezentujících intenzitu obrazu a předmětu,

$$\overline{T}(\nu_x,\nu_y) = \overline{B}'(\nu_x,\nu_y) / \overline{B}(\nu_x,\nu_y)$$

Výpočet OFP pro nekoherentní osvětlení

Výpočet pomocí Fourierovy transformace bodové rozptylové funkce

S použitím redukovaných obrazových souřadnic X' a Y' a redukovaných prostorových frekvencí $\bar{\nu}_x, \bar{\nu}_y$ může být normovaná OFP pro nekoherentní osvětlení vyjádřena jako Fourierova transformace bodové rozptylové funkce:

$$\bar{T}_N(\bar{\nu}_x, \bar{\nu}_y) = \int\int_{-\infty}^{+\infty} I(X', Y') \exp\left[-i2\pi(\bar{\nu}_x X' + \bar{\nu}_y Y')\right] \, dX' dY',$$

kde

$$\bar{\nu}_x = \nu_x \frac{p\lambda}{\rho_p}, \qquad \bar{\nu}_y = \nu_y \frac{p\lambda}{\rho_p}, \qquad X' = \frac{(x' - x_0)\rho_p}{p\lambda}, \qquad Y' = \frac{(y' - y_0)\rho_p}{p\lambda}$$

Výpočet pomocí autokorelace pupilové funkce

Vyjádříme-li bodovou rozptylovou funkci pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce a použijeme-li větu o posuvu při výpočtu Fourierovy transformace, je možné OFP při nekoherentním osvětlení vyjádřit jako autokorelaci pupilové funkce:

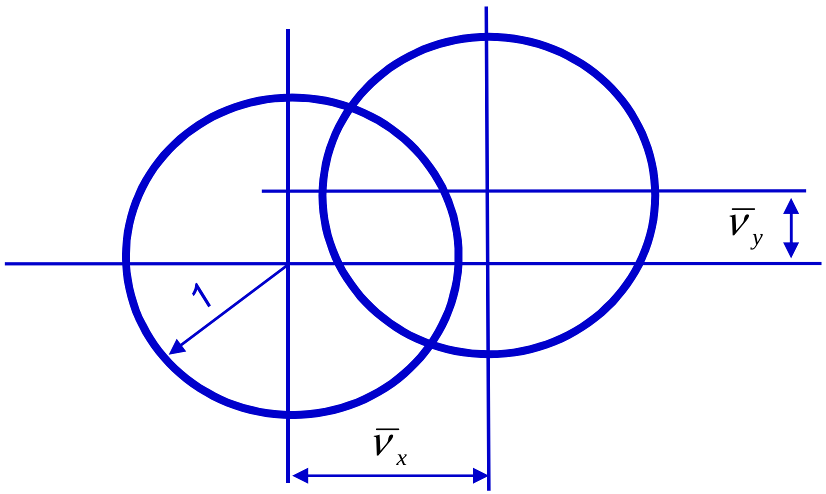
$$\bar{T}_N(\bar{\nu}_x, \bar{\nu}_y) = \frac{\int\int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) P^*(X_p - \bar{\nu}_x, Y_p - \bar{\nu}_y) dX_p dY_p}{\int\int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) P^*(X_p, Y_p) dX_p dY_p}$$

kde

$$X_p = \frac{x_p}{\rho_p}, \qquad Y_p = \frac{y_p}{\rho_p}$$

Nekoherentní OFP pro fyzikálně dokonalý OS

Předpoklad výpočtu: fyzikálně dokonalý systém s kruhovou, homogenně propustnou pupilou



Nekoherentní OFP $\overline{T}_N(\overline{\nu}_x,\overline{\nu}_y)$ může být interpretována jako oblast překrytí posunutých oblastí výstupních pupil znázorněných v normovaných souřadnicích.

Maximální přenesená prostorová frekvence:

$$\overline{\nu}_M = 2 \qquad \overline{\nu}_M = \nu_M \frac{\lambda}{u}$$

$$\nu_M = \frac{2u}{\lambda}$$

Fyzikálně dokonalý systém přenese v nekoherentním světle dvakrát vyšší prostorovou frekvenci než ve světle koherentním (při stejném u a λ).

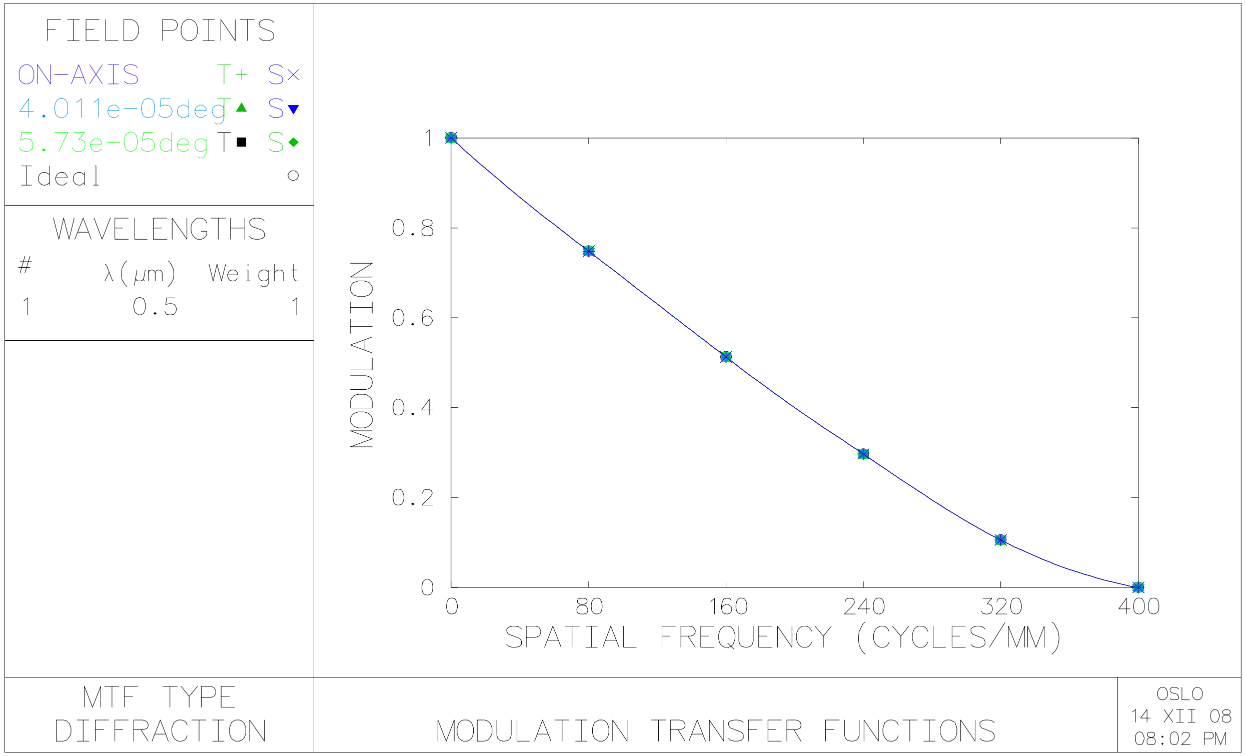
$$\overline{T}_N(\overline{\nu}_x,0) = \frac{2}{\pi}\left[\arccos\frac{\overline{\nu}_x}{2} - \frac{\overline{\nu}_x}{2}\sqrt{1-\left(\frac{\overline{\nu}_x}{2}\right)^2}\,\right]$$

Výpočet OFP v programu OSLO

Optický systém: “Perfect Lens”, numerická apertura u=0.1, příčné měřítko m=0

Podmínky zobrazení: nekoherentní světlo λ=500 nm, osová oblast předmětu, paraxiální obrazová rovina

Maximální přenesená frekvence: $\nu_M=2u/\lambda=400$ čar/mm

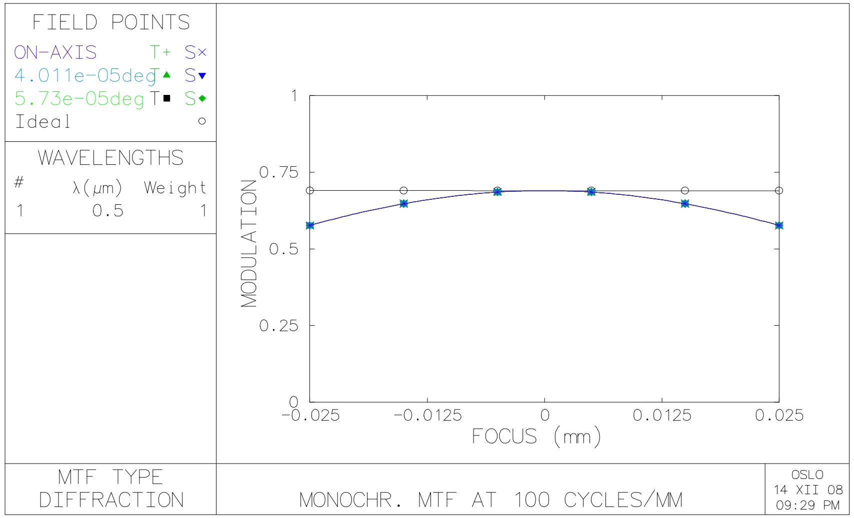


Výpočet OFP v programu OSLO

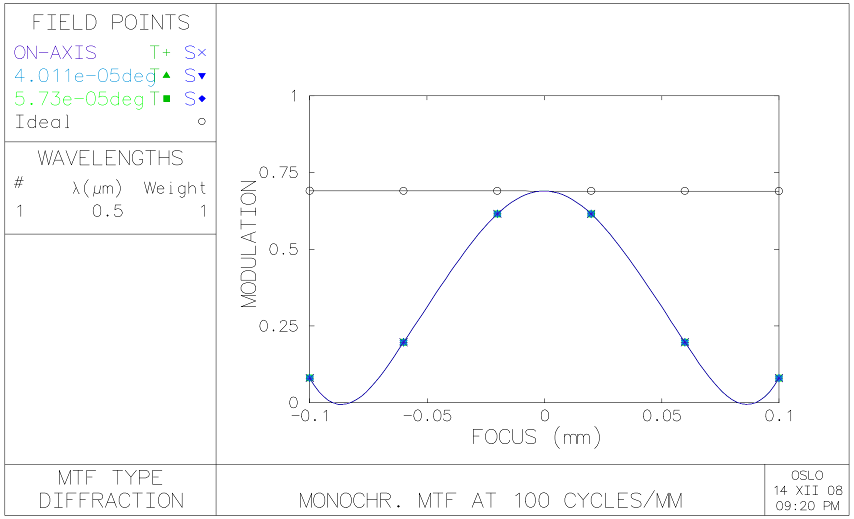
Optický systém: “Perfect Lens”, numerická apertura u=0.1, příčné měřítko m=0

Podmínky zobrazení: nekoherentní světlo λ=500 nm, osová oblast předmětu, prostorová frekvence 100 čar/mm

Přípustné rozostření: $\Delta z_p=\lambda/(2u^2)=0.025$ mm



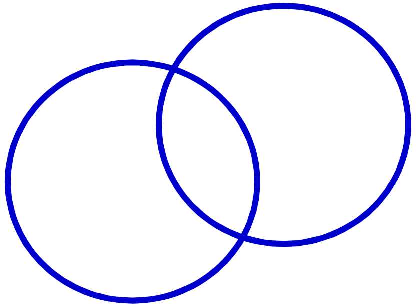
Nepřípustné rozostření: $\Delta z=4\Delta z_p=0.1$ mm

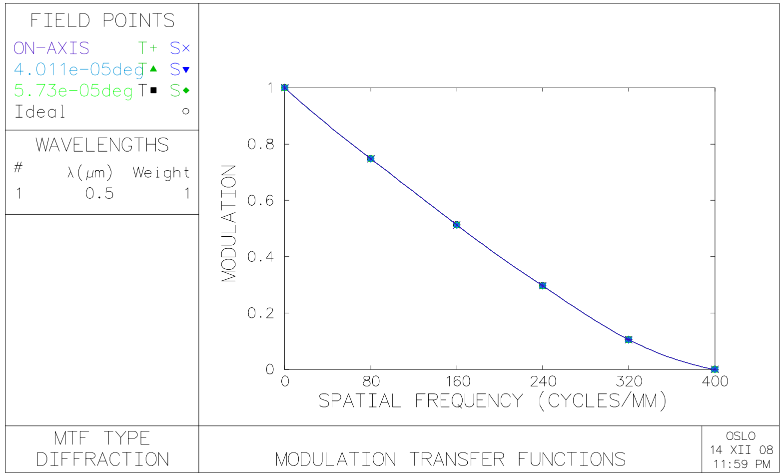


Vliv tvaru výstupní pupily na OFP

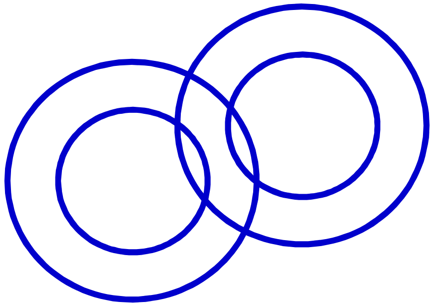
„Perfect Lens“: ohnisková vzdálenost 100 mm, numerická apertura 0.1, příčné měřítko 0

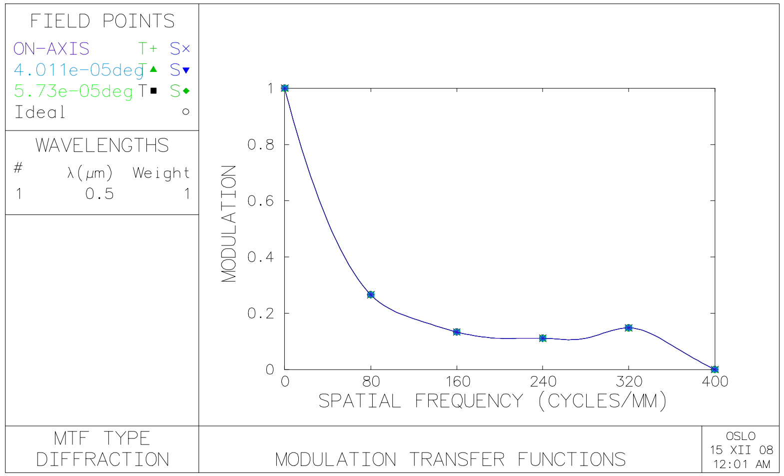
Kruhová pupila





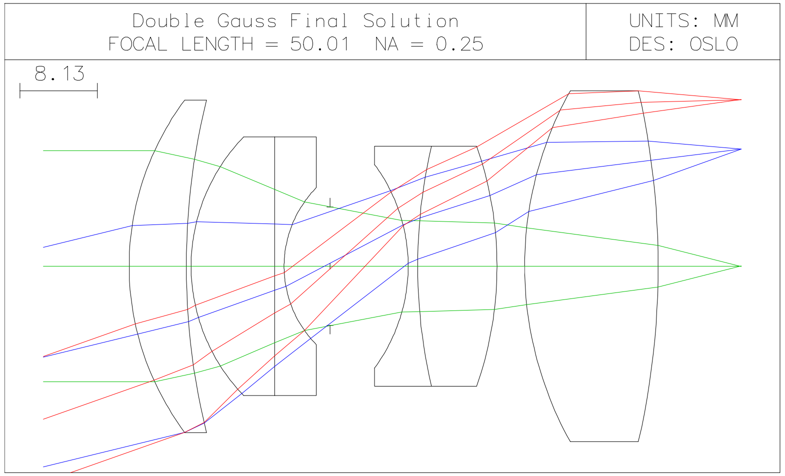
Centrální clonění m=0.75

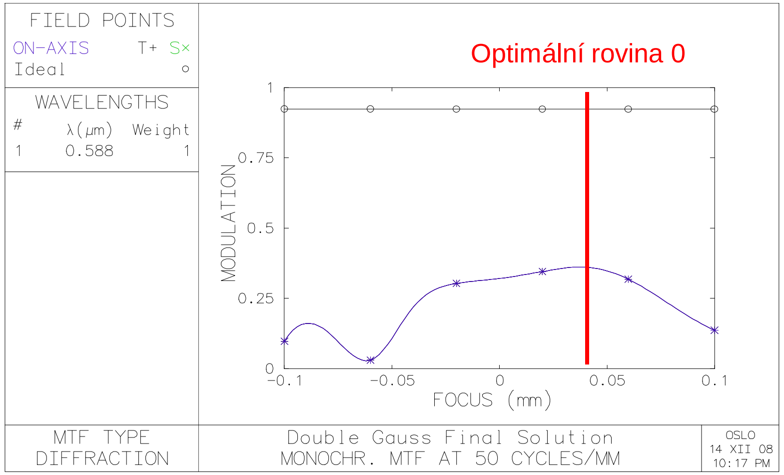


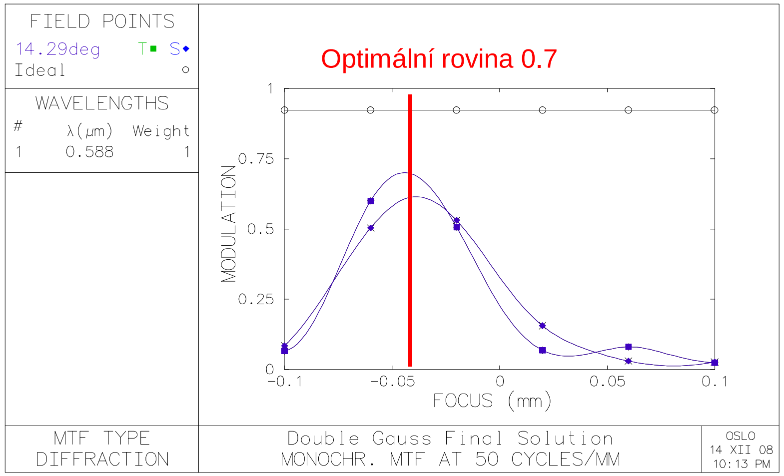


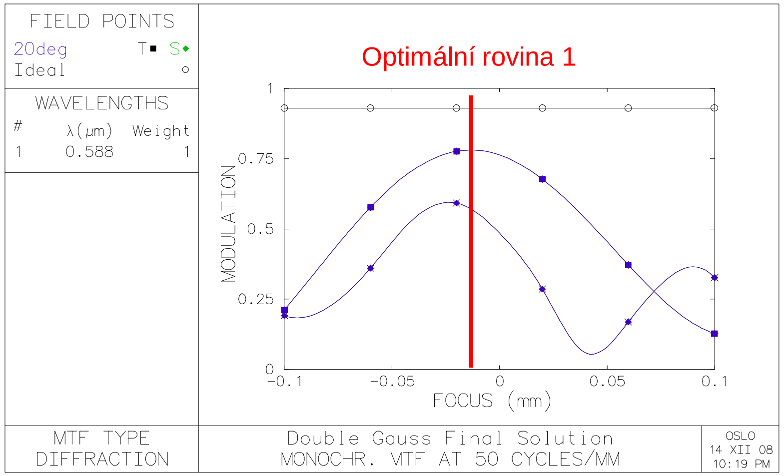
Určení optimální obrazové roviny pomocí OFP

OFP v závislosti na rozostření pro prostorovou frekvenci 50 čar/mm







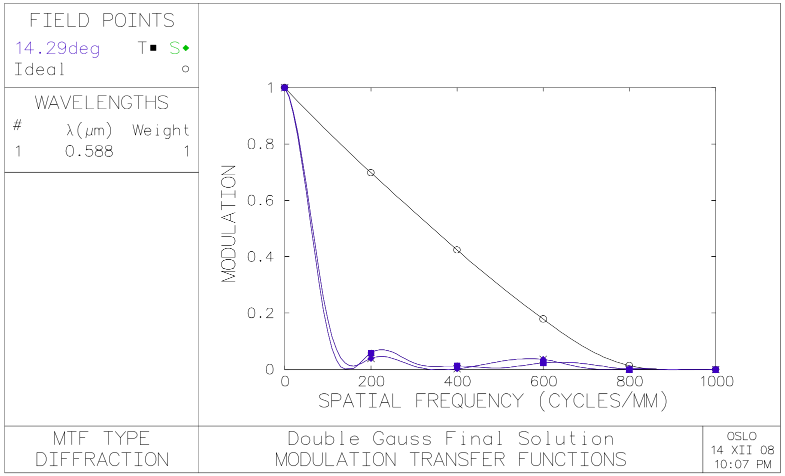


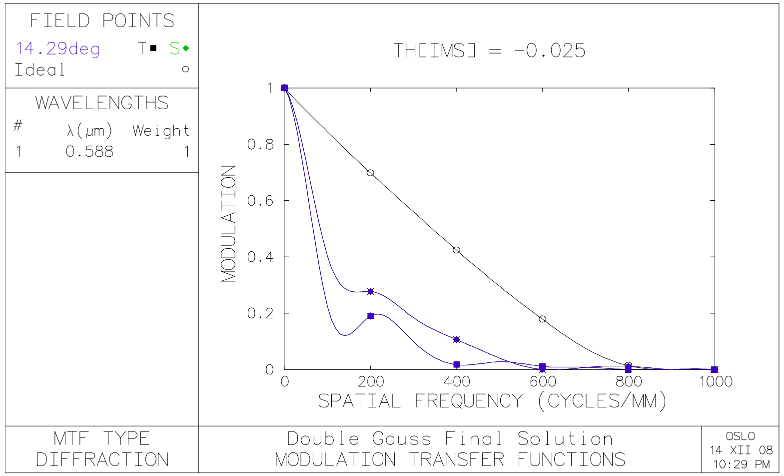
Přednáška 12

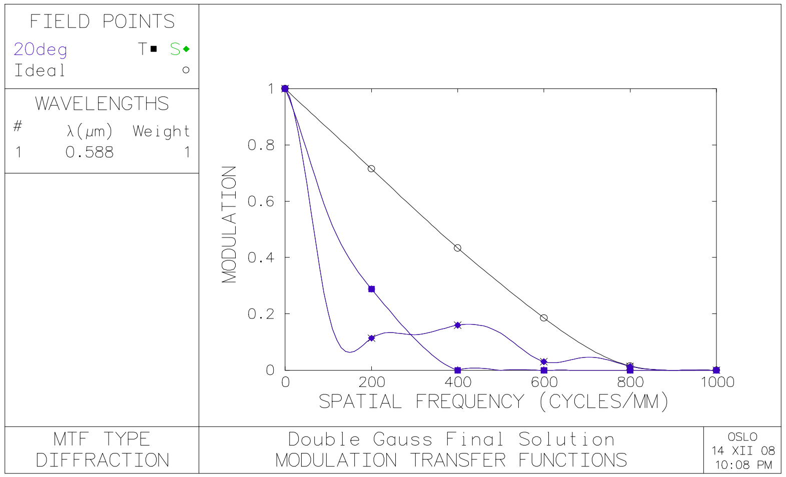
OFP v paraxiální a optimální obrazové rovině

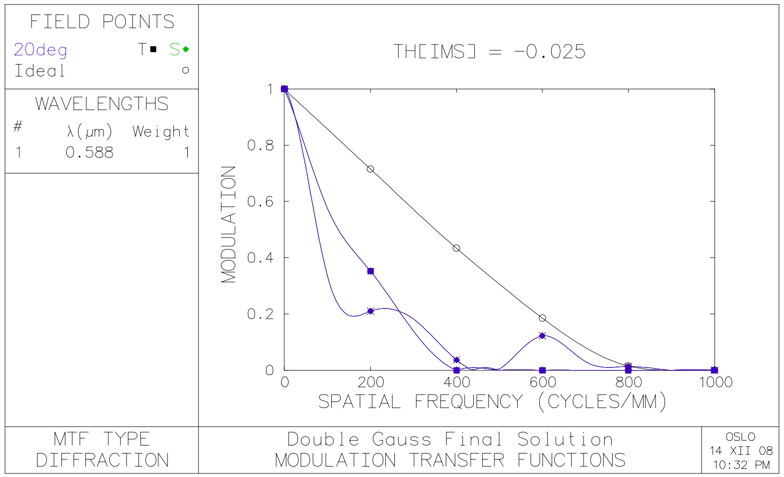
OFP v závislosti na prostorové frekvenci

Paraxiální obrazová rovina	Optimální obrazová rovina









Zápočtové úlohy

Úloha č. 1

Pomocí programu OSLO analyzujte vliv tvaru výstupní pupily na bodovou rozptylovou funkci (PSF) fyzikálně dokonalého systému („Perfect Lens“).

Parametry systému zvolte následovně: obrazová ohnisková vzdálenost 100 mm, numerická apertura 0.1, měřítko zobrazení 0. PSF určete pro kruhový, mezikruhový a obdélníkový tvar výstupní pupily.

Úloha č. 2

Pomocí programu OSLO určete bodovou rozptylovou funkci (PSF) pro jednoduchou plankonvexní čočku se sférickou vadou 3. řádu v paraxiální obrazové rovině. Na základě Strehlova kriteria určete optimální přeostření pro tuto čočku a v programu OSLO určete PSF v optimální rovině. Čočku volte jako plankonvexní Spojku s ohniskovou vzdáleností 100 mm a numerickou aperturou 0.05.

Dále analyzujte PSF pro složitější optický systém s korigovaným průběhem sférické vady. PSFurčete pro paraxiální a optimální obrazovou rovinu. Optimální obrazovou rovinu určete pomocí funkce „autofocus“ v programu OSLO. Jako optický systém použijte Petzvalův objektiv f 50/1.8, který je dostupný ve veřejné databázi programu OSLO.

Úloha č. 3

Pomocí programu OSLO analyzujte vliv tvaru výstupní pupily na optickou funkci přenosu (OFP) fyzikálně dokonalého systému („Perfect Lens“).

Parametry systému zvolte následovně: obrazová ohnisková vzdálenost 100 mm, numerická apertura 0.1, měřítko zobrazení 0. PSF určete pro kruhový, mezikruhový a obdélníkový tvar výstupní pupily. Získané výsledky porovnejte a diskutujte.

Úloha č. 4

V programu OSLO ověřte vlastnosti Talbotova jevu. Pro zvolenou periodickou strukturu demonstrujte vznik přesných Talbotových obrazů, obrazů s reverzním kontrastem a subobrazů s dvojnásobnou frekvencí.

Úloha č. 5

V databázi programu OSLO zvolte libovolný optický systém, pro jeho numerickou aperturu a danou vlnovou délku určete maximální prostorovou frekvenci přenesenou fyzikálně dokonalým systémem stejných parametrů při nekoherentním zobrazení. Pomocí programu OSLO následně určete optickou funkci přenosu (OFP) pro střed zorného pole a porovnejte ji s difrakčně omezeným průběhem. Pro zvolenou střední prostorovou frekvenci vypočtěte OFP v závislosti na rozostření pro 3 body zorného pole (střed, 2/3 a 3/3). Na základě OFP se pokuste určit obrazovou rovinu, která bude optimální pro celé zorné pole.

Úloha č. 6

V programu OSLO proveďte zobrazení dvojice plošných zdrojů pomocí fyzikálně dokonalého systému („Perfect Lens“). Zobrazení proveďte pro případ koherentního, nekoherentního a částečně koherentního světla. Obrazy vyhodnoťte graficky pro paraxiální obrazovou rovinu a následně ověřte vliv rozostření.

Ukázka úloh řešených ve cvičení

Př. 1
Před vypuklým zrcátkem o poloměru křivosti R = 100 mm je ve vzdálenosti x = -250 mm umístěn pozorovaný předmět. Určete polohu jeho obrazu a příčné měřítko zobrazení. Situaci nakreslete.

Př. 2
Při zobrazení tenkou spojnou čočkou o ohniskové vzdálenosti 50 mm vznikl zdánlivý obraz v předmětovém ohnisku čočky. Určete polohu předmětu a situaci nakreslete.

Př. 3
Tenká čočka o ohniskové vzdálenosti f' zobrazuje s příčným měřítkem zobrazení m=-1. Určete vzdálenost mezi předmětem a obrazem.

Př. 4
Tenká čočka o ohniskové vzdálenosti f´ je zaostřena tak, že vytváří obraz s příčným měřítkem m1. Na jaké příčné měřítko zobrazení m2 musí být přeostřena, aby vzdálenost mezi předmětem a obrazem zůstala nezměněna.

Př. 5
Odvoďte fázovou transformační funkci čočky, která má poloměry křivosti R1 a R2, osovou tloušťku d a je vyrobena ze skla o indexu lomu n. Pro odvození použijte paraxiální aproximaci.

Př. 6
Ukažte, že při paraxiální transformaci divergentní sférické (paraboloidní) vlny tenkou čočkou je splněna zobrazovací rovnice.

Př. 7
Určete intenzitu v obraze bodového zdroje, který byl vytvořen fyzikálně dokonalým optickým systémem s kruhovo výstupní pupilou. Analyzujte změnu velikosti centrálního disku difrakčního obrazce v závislosti na vlnové délce a aperturním úhlu.

Př. 8
Určete změnu osové intenzity v závislosti na rozostření u fyzikálně dokonalého optického systému.

Př. 9
Pomocí programu OSLO analyzujte difrakční obraz bodového zdroje vytvořený fyzikálně dokonalým systémem (Perfect Lens). Sledujte vliv změny numerické apertury a příčného měřítka zobrazení.

Př. 10
Na případě zobrazení bodového zdroje fyzikálně dokonalým systémem se přesvěčte o vlivu apodizace. Pozornost zaměřte na gaussovskou apodizaci a na centrální clonění.

Př. 11
Pro dané deformace vlnoplochy způsobené postupně sférickou vadou 3. řádu, astigmatismem a komou určete příslušné příčné složky paprskových vad.

Př. 12
Integrací příčných složek paprskových vad, které vzniknou při rozostření fyzikálně dokonalého systému, určete odpovídající vlnovou vadu.

Př. 13
Určete Strehlovo kriterium pro vlnovou vadu odpovídající sférické vadě 3. řádu.

Př. 14
Určete Strehlovo kriterium pro rozostření fyzikálně dokonalého systému a stanovte přípustný rozostřovací posuv, který odpovídá poklesu Strehlova kriteria na hodnotu D = 0.8.