



# Kvantová kryptografie

aneb

**ŠIFROVÁNÍ POMOCÍ FOTONŮ**

Miloslav Dušek



Kvantová kryptografie je metoda pro bezpečný (utajený) přenos informací. Její bezpečnost je garantována fundamentálními zákony kvantové fyziky.



Vlastně jsem začal s kvantovou mechanikou,  
ale někde cestou jsem odbočil špatným směrem



# Kvantová fyzika a zpracování informace





# Kvantová fyzika a zpracování informace

- Donesávna se o informaci uvažovalo jen v pojmech klasické fyziky. Kvantová mechanika hrála jen podpůrnou roli.



# Kvantová fyzika a zpracování informace

- Donesávna se o informaci uvažovalo jen v pojmech klasické fyziky. Kvantová mechanika hrála jen podpůrnou roli.
- Informace je fyzikální (její zpracování je závislé na fyzikálním systému, v němž je zakódována).



# Kvantová fyzika a zpracování informace

- Donesávna se o informaci uvažovalo jen v pojmech klasické fyziky. Kvantová mechanika hrála jen podpůrnou roli.
- Informace je fyzikální (její zpracování je závislé na fyzikálním systému, v němž je zakódována).
- Kvantové systémy se chovají jinak než klasické (podivuhodněji).
- Využití kvantových jevů nabízí řešení některých problémů neřešitelných v rámci klasické teorie informace.



# Kvantová teorie informace







# Kvantová teorie informace

- Spojuje kvantovou fyziku a klasickou teorii informace.
- „Kvantová teorie informace rozšiřuje klasickou teorii informace podobně jako komplexní čísla doplňují čísla reálná.“



# Kvantová teorie informace

- Spojuje kvantovou fyziku a klasickou teorii informace.
- „Kvantová teorie informace rozšiřuje klasickou teorii informace podobně jako komplexní čísla doplňují čísla reálná.“
- Aplikace: **kvantové počítače,**  
**kvantová kryptografie.**



TEU POČÍTAČ JE ÚPLNĚ KVANTOVĚJ.  
JEN SE NA NĚJ PODÍVAŠ, ŽKOLABUJE.

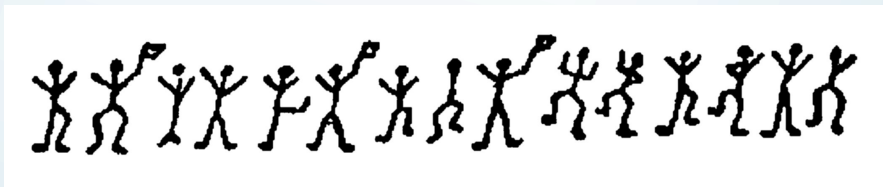


# Kryptografie



# Kryptografie

- „Psaní tajným písmem“
- Informace musí být srozumitelná pouze tomu, komu je určena.





# Kryptografie

- „Psaní tajným písmem“
- Informace musí být srozumitelná pouze tomu, komu je určena.
- Kryptologie  $\left\{ \begin{array}{l} \text{kryptografie (šifrování)} \\ \text{kryptoanalýza (luštění)} \end{array} \right.$



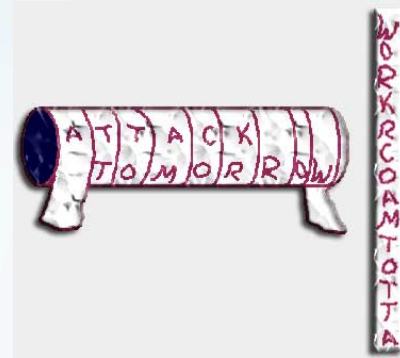


# Kryptografie – historie



# Kryptografie – historie

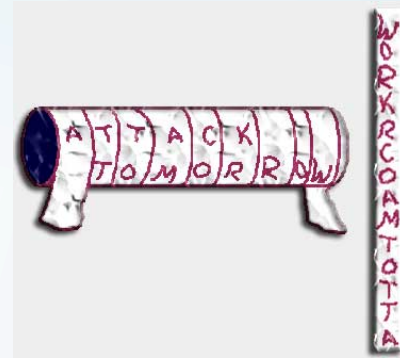
- Sparťanští velitelé šifrovali své zprávy na bojiště.





# Kryptografie – historie

- Sparťanští velitelé šifrovali své zprávy na bojiště.



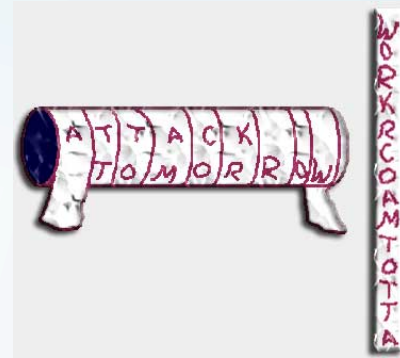
- Julius Caesar také šifroval zprávy do provincií:

$A \rightarrow D, \quad B \rightarrow E, \quad C \rightarrow F, \quad D \rightarrow G, \quad \dots$

(podobná šifra je popsána i v Kámasútře).

# Kryptografie – historie

- Spartanští velitelé šifrovali své zprávy na bojiště.



- Julius Caesar také šifroval zprávy do provincií:

$A \rightarrow D, \quad B \rightarrow E, \quad C \rightarrow F, \quad D \rightarrow G, \quad \dots$

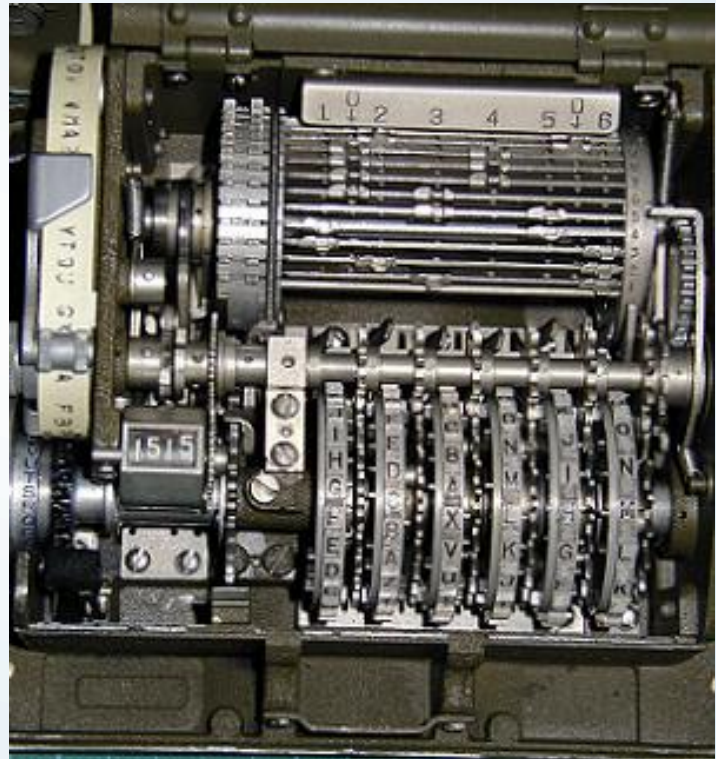
(podobná šifra je popsána i v Kámasútře).

- Od r. 1920 automatizace šifrování (ENIGMA).

# Kryptografie – historie



# Kryptografie – historie





# Kryptografie – současnost

- Složitější matematické algoritmy.



# Kryptografie – současnost

- Složitější matematické algoritmy.
- **Symetrická kryptografie**  
(odesílatel i příjemce mají stejné klíče):
  - Proudové šifry
  - Blokované šifry



# Kryptografie – současnost

- Složitější matematické algoritmy.
- **Symetrická kryptografie**  
(odesílatel i příjemce mají stejné klíče):

## **Proudové šifry:**

Postupně se pozmění každý znak zprávy – obvykle pomocí nějaké pseudonáhodné posloupnosti.



# Kryptografie – současnost

- Složitější matematické algoritmy.
- **Symetrická kryptografie**  
(odesílatel i příjemce mají stejné klíče):
  - Proudové šifry
  - Blokované šifry





# Kryptografie – současnost

- Složitější matematické algoritmy.
- **Symetrická kryptografie**  
(odesílatel i příjemce mají stejné klíče):
  - Proudové šifry

## **Blokové šifry:**

Zprávu šifrujeme po blocích. V ideálním případě závisí každý bit zašifrovaného bloku na všech bitech klíče a na všech bitech bloku zprávy.

**Příklady:** DES, AES.



# Kryptografie – současnost

- Složitější matematické algoritmy.
- **Symetrická kryptografie**  
(odesílatel i příjemce mají stejné klíče):
  - Proudové šifry
  - Blokované šifry



# Kryptografie – současnost

- Složitější matematické algoritmy.
- **Symetrická kryptografie**  
(odesílatel i příjemce mají stejné klíče):
  - Proudové šifry
  - Blokované šifry
- **Asymetrická kryptografie, s veřejným klíčem**  
(jeden klíč pro šifrování, jiný, tajný klíč pro dešifrování):
  - Např. algoritmus RSA

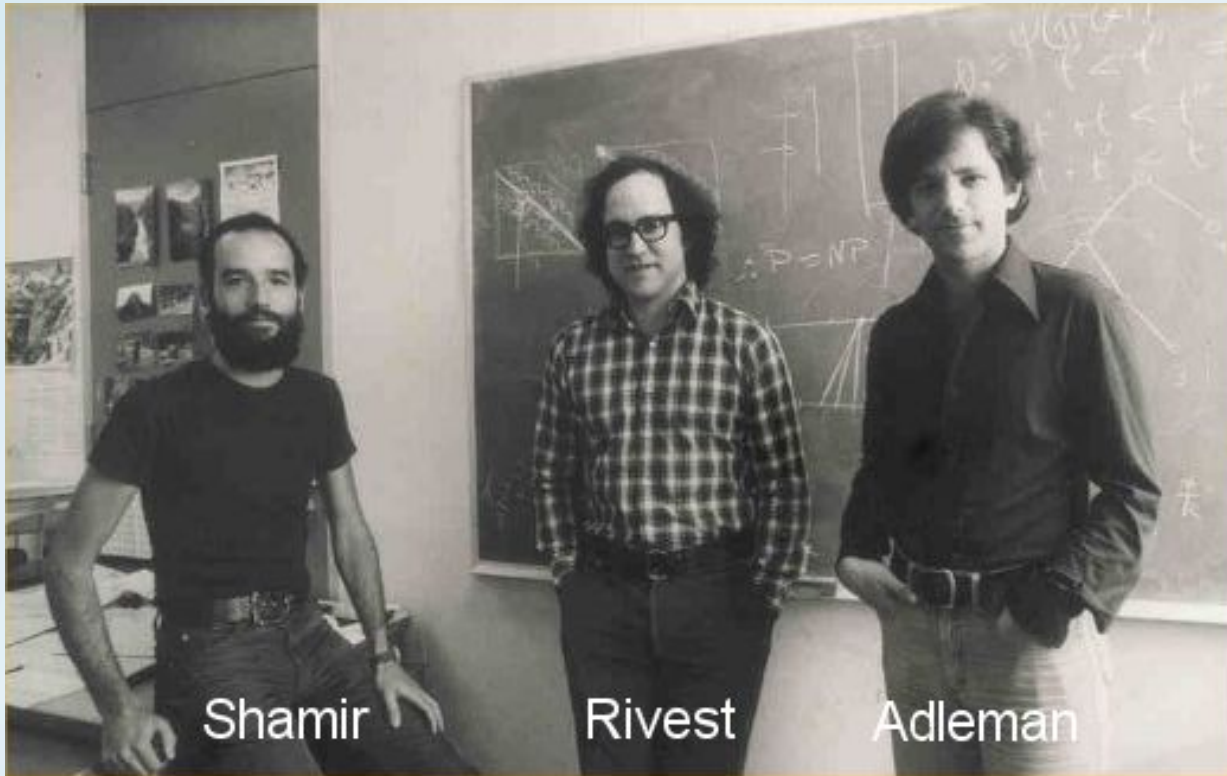


# Algoritmus RSA (Rivest, Shamir, Adleman)





# Algoritmus RSA (Rivest, Shamir, Adleman)





# Algoritmus RSA (Rivest, Shamir, Adleman)

- Dvě velká prvočísla  $p$  a  $q$  — **tajná**.
- Jejich součin  $pq$  — **veřejný**.
- Dvě velká přirozená čísla  $d$  a  $e$  taková, že  $(de - 1)$  je dělitelné  $(p - 1)(q - 1)$ :
  - $e$  představuje **veřejný klíč**,
  - $d$  představuje **tajný privátní klíč**.
- $P$  – zpráva, která má být zašifrována (ve formě čísla  $P < pq$ ).
- $C$  – výsledná šifra.
- **Šifrování:**  $C = P^e \bmod pq$ .
- **Dešifrování:**  $P = C^d \bmod pq$ .
- K přečtení zprávy bez znalosti privátního klíče  $d$  je třeba faktorizovat (rozložit na prvočinitele) číslo  $pq$ .



# Luštění šifer





# Luštění šifer

- Jednoduché šifry:
  - Zjišťování četnosti výskytu jednotlivých znaků (různá písmena se v přirozeném jazyku vyskytují různě často) nebo jejich dvojic a podobně.
  - Hledání očekávaných frází.
  - „Hrubá síla“ – vyzkoušení všech možných klíčů.





# Luštění šifer

- Jednoduché šifry:
  - Zjišťování četnosti výskytu jednotlivých znaků (různá písmena se v přirozeném jazyku vyskytují různě často) nebo jejich dvojic a podobně.
  - Hledání očekávaných frází.
  - „Hrubá síla“ – vyzkoušení všech možných klíčů.
- Ale i rafinované matematické algoritmy lze v principu rozluštit.



# Luštění šifer

- **Podstata asymetrických šifer:**

Některé matematické operace jsou v jednom směru snadné, ale v opačném velmi nesnadné (tj. počet nutných operací roste prudce – exponenciálně – s délkou vstupu).



# Luštění šifer

- **Podstata asymetrických šifer:**

Některé matematické operace jsou v jednom směru snadné, ale v opačném velmi nesnadné (tj. počet nutných operací roste prudce – exponenciálně – s délkou vstupu).

- V případě **RSA** je tou „těžkou“ operací rozklad velkých čísel na prvočinitele

$$131 \times 593 = 77683$$

$$77683 = ? \times ?$$



# Luštění šifer

- Musí rozklad čísla o 129 cifrách trvat tisíce let?



# Luštění šifer

- Musí rozklad čísla o 129 cifrách trvat tisíce let? **NE!**  
V r. 1994 bylo faktorizováno za 8 měsíců. V r. 1999 bylo dokonce rozlomeno RSA se součinem dlouhým 155 cifer.



## Luštění šifer

- Musí rozklad čísla o 129 cifrách trvat tisíce let? **NE!**  
V r. 1994 bylo faktorizováno za 8 měsíců. V r. 1999 bylo dokonce rozlomeno RSA se součinem dlouhým 155 cifer.
- Výkon počítačů roste – obrana: prodlužování klíčů.



## Luštění šifer

- Musí rozklad čísla o 129 cifrách trvat tisíce let? **NE!**  
V r. 1994 bylo faktorizováno za 8 měsíců. V r. 1999 bylo dokonce rozloženo RSA se součinem dlouhým 155 cifer.
- Výkon počítačů roste – obrana: prodlužování klíčů.
- Není ovšem dokázáno, že neexistuje efektivní (tj. polynomiální) algoritmus pro faktorizaci.



## Luštění šifer

- Musí rozklad čísla o 129 cifrách trvat tisíce let? **NE!**  
V r. 1994 bylo faktorizováno za 8 měsíců. V r. 1999 bylo dokonce rozloženo RSA se součinem dlouhým 155 cifer.
- Výkon počítačů roste – obrana: prodlužování klíčů.
- Není ovšem dokázáno, že neexistuje efektivní (tj. polynomiální) algoritmus pro faktorizaci.
- Kvantové počítače by uměly faktorizovat mnohem rychleji než počítače klasické – **hrozba** nejen pro RSA !





## Luštění šifer

- Musí rozklad čísla o 129 cifrách trvat tisíce let? **NE!**  
V r. 1994 bylo faktorizováno za 8 měsíců. V r. 1999 bylo dokonce rozloženo RSA se součinem dlouhým 155 cifer.
- Výkon počítačů roste – obrana: prodlužování klíčů.
- Není ovšem dokázáno, že neexistuje efektivní (tj. polynomiální) algoritmus pro faktorizaci.
- Kvantové počítače by uměly faktorizovat mnohem rychleji než počítače klasické – **hrozba** nejen pro RSA !
- Ani bezpečnost ostatních klasických šifer není „absolutní“. Až na jednu výjimku.



# Vernamova šifra (one-time pad)

- Gilbert S. Vernam, 1918.
- Bezpečnost této šifry lze matematicky dokázat.



## Vernamova šifra (one-time pad)

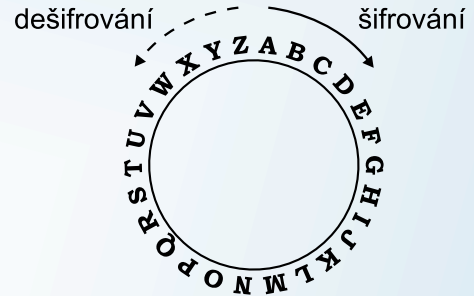
- Gilbert S. Vernam, 1918.
- Bezpečnost této šifry lze matematicky dokázat.
- Zpráva se „sečte“ se stejně dlouhou zcela náhodnou posloupností (ta představuje **klíč**). Výsledkem je náhodný sled znaků.
- „Neodečte-li“ se stejný klíč, je šifra zcela nečitelná.
- Každý klíč smí být použit jen jednou.
- Použití v diplomacii a špionáži (Bílý dům – Kreml, „atomový špión“ Klaus Fuchs, ...)



# Vernamova šifra (one-time pad)

Abeceda s 26 písmeny:

Zpráva:	V	E	R	N	A	M
Klíč:	7	23	11	5	0	16
Šifra:	C	B	C	S	A	C

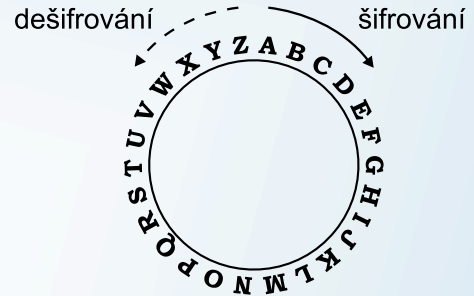




# Vernamova šifra (one-time pad)

Abeceda s 26 písmeny:

Zpráva:	V	E	R	N	A	M
Klíč:	7	23	11	5	0	16
Šifra:	C	B	C	S	A	C



Binární sekvence:

Zpráva:	1	1	1	1	0	0	0	0	↓
Klíč:	1	0	1	0	0	1	1	0	↓ ↑
Šifra:	0	1	0	1	0	1	1	0	↑

šifrování a dešifrování (XOR):

11	→	0
10	→	1
01	→	1
00	→	0



# Problém distribuce klíče





# Problém distribuce klíče

- Bezpečný přenos zprávy je podmíněn bezpečným přenosem klíče stejné délky (kryptografická Hlava XXII?).
- Jak bezpečně přenést klíč? (důvěryhodný kurýr? fyzická ochrana kanálu?)



# Problém distribuce klíče

- Bezpečný přenos zprávy je podmíněn bezpečným přenosem klíče stejné délky (kryptografická Hlava XXII?).
- Jak bezpečně přenést klíč? (důvěryhodný kurýr? fyzická ochrana kanálu?)
- **Řešení: kvantová fyzika.**





# Kvantová distribuce klíče

- Abeceda, do níž se kóduje = kvantové stavy jedné částice (např. fotonu, částice světla).



# Kvantová distribuce klíče

- Abeceda, do níž se kóduje = kvantové stavy jedné částice (např. fotonu, částice světla).
- Odposlech se pozná – ovlivní stav částice.



# Kvantová distribuce klíče

- Abeceda, do níž se kóduje = kvantové stavy jedné částice (např. fotonu, částice světla).
- **Odposlech se pozná** – ovlivní stav částice.
- Zjistí-li se odposlech, klíč se nepoužije – žádná informace **neunikne!**



# Kvantová distribuce klíče

- Abeceda, do níž se kóduje = kvantové stavy jedné částice (např. fotonu, částice světla).
- **Odposlech se pozná** – ovlivní stav částice.
- Zjistí-li se odposlech, klíč se nepoužije – žádná informace **neunikne!**
- Kvantová kryptografie sice neumí odposlechu zabránit, ale umí ho **odhalit** – pro přenos klíče to stačí.



# Kvantové měření

- Odposlech = měření na fyzikální entitě nesoucí informaci.



# Kvantové měření

- Odposlech = měření na fyzikální entitě nesoucí informaci.
- **Klasická fyzika:**
  - Kteroukoli veličinu lze přesně měřit.
  - Vliv měření lze libovolně zmenšit.



# Kvantové měření

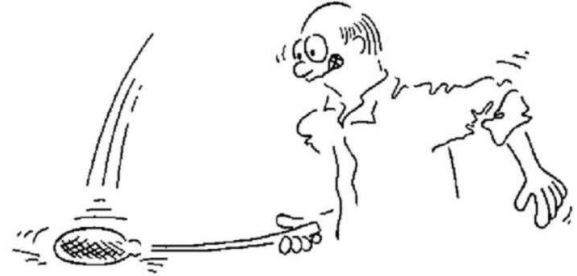
- Odposlech = měření na fyzikální entitě nesoucí informaci.
- **Klasická fyzika:**
  - Kteroukoli veličinu lze přesně měřit.
  - Vliv měření lze libovolně zmenšit.
- **Kvantová fyzika:**
  - V určitých stavech některé veličiny **nelze** přesně změřit; opakování měření na přesných replikách systému vede k **různým** výsledkům.
  - Kvantové měření obecně stav systému podstatně **změní** !

# Kvantové měření



© ŠPINA '98

ŽIVA! MOUCHA ZAPLŇUJE CELÝ PROSTOR



ROZPLÁČNEME - LI MOUCHU, JE LOKALIZOVÁNA.  
BOHUŽEL VŠAK SE TÍM ZNIČÍ!

## • Kvantová fyzika:

- V určitých stavech některé veličiny **nelze** přesně změřit; opakování měření na přesných replikách systému vede k **různým** výsledkům.
- Kvantové měření obecně stav systému podstatně **změní** !



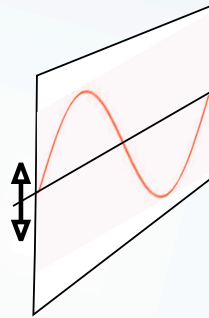


# Měření polarizace světla

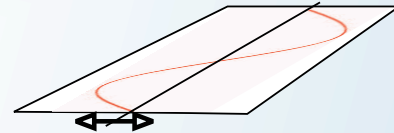


# Měření polarizace světla

- Lineární polarizace světla: vektor elektrického pole kmitá ve stále stejném směru:



Vertikální polarizace

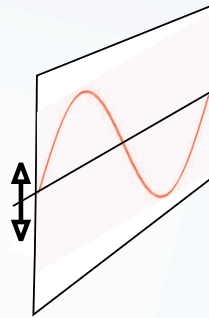


Horizontální polarizace

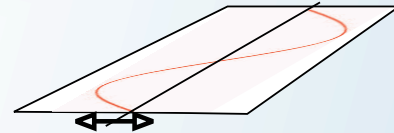
- Polarizace má dobrý smysl i v případě jednotlivých fotonů.

# Měření polarizace světla

- Lineární polarizace světla: vektor elektrického pole kmitá ve stále stejném směru:



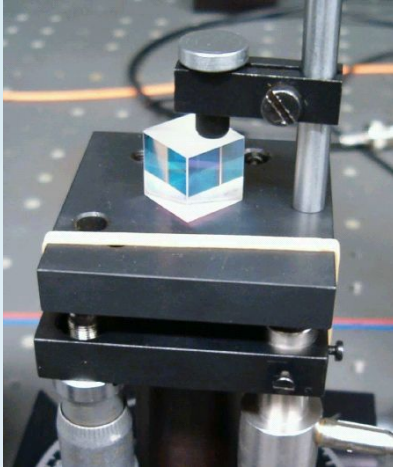
Vertikální polarizace



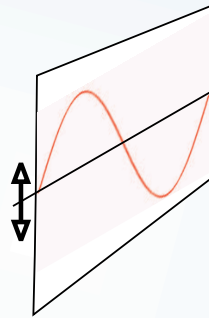
Horizontální polarizace

- Polarizace má dobrý smysl i v případě jednotlivých fotonů.
- Např. hranol z islandského vápence umí rozdělit obecnou polarizaci na dvě **kolmé** složky (určené natočením hranolu).

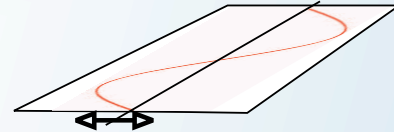
# Měření polarizace světla



ce světla: vektor elektrického pole kmitá  
směru:



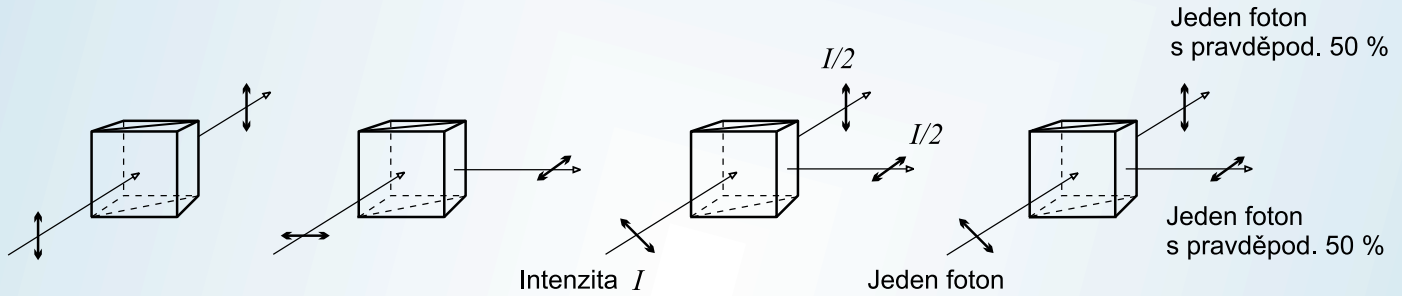
Vertikální  
polarizace



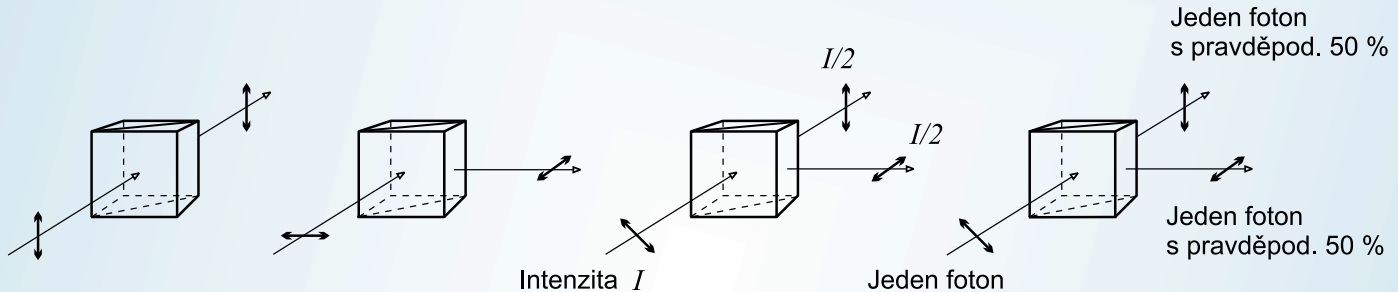
Horizontální  
polarizace

- Polarizace má dobrý smysl i v případě jednotlivých fotonů.
- Např. hranol z islandského vápence umí rozdělit obecnou polarizaci na dvě **kolmé** složky (určené natočením hranolu).

# Měření polarizace světla



# Měření polarizace světla



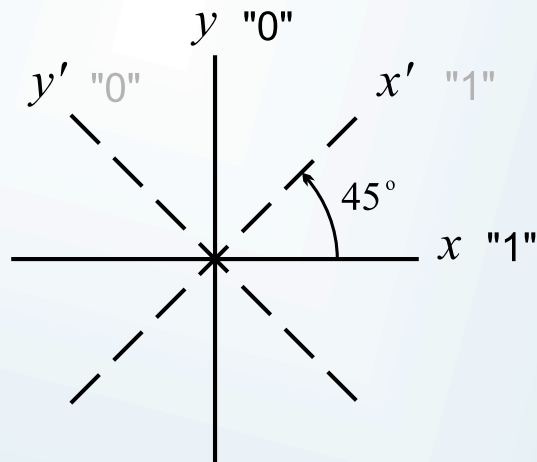
Jeden foton se nemůže rozdělit, je-li polarizován „šikmo“, spatříme ho buď projít nebo se odrazit. Jeho „volba“ je zcela **náhodná**. Po průchodu bude nadále polarizován **svisle**, po odrazu **vodorovně**.



# Princip kvantové kryptografie (polarizační kódování)

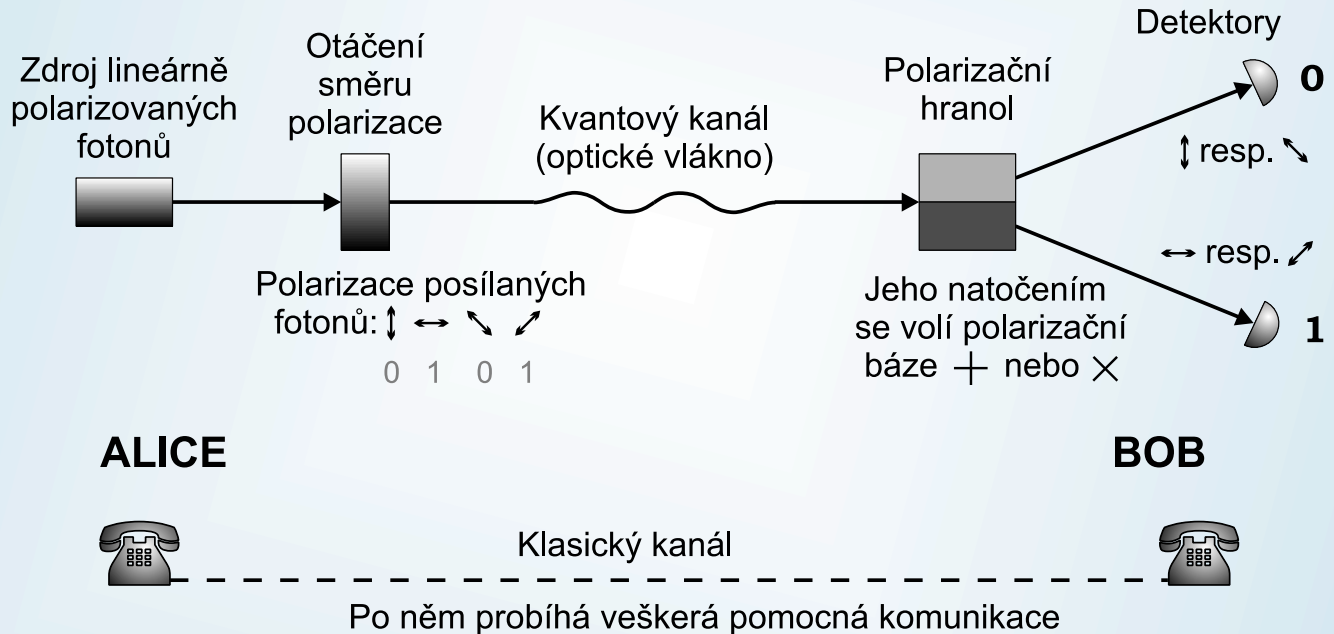
# Princip kvantové kryptografie (polarizační kódování)

Binární signály 0 a 1 jsou kódovány do dvou navzájem kolmých lineárních polarizací ze dvou polarizačních bází pootočených o  $45^\circ$ :





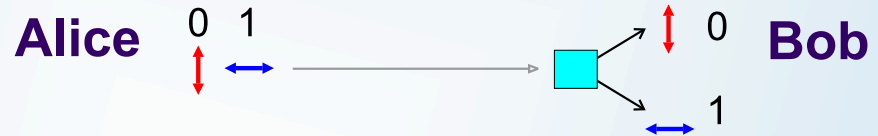
# Schéma pro kvantový přenos klíče (polarizační kódování)





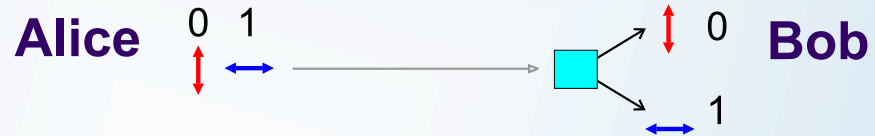
# Princip kvantové kryptografie

Předpokládejme zatím, že Alice a Bob používají pouze bázi  $+$ , tj.  $[x, y]$ :



# Princip kvantové kryptografie

Předpokládejme zatím, že Alice a Bob používají pouze bázi  $+$ , tj.  $[x, y]$ :



- Alice posílá náhodnou sekvenci nul a jedniček (tedy vertikálně a horizontálně polarizovaných fotonů).
- Protože Bob používá stejnou polarizační bázi jako Alice, je chování fotonů na jeho polarizačním hranolu zcela deterministické a Bob přijímá stejnou sekvenci bitů, jakou Alice poslala.



# Princip kvantové kryptografie

Předpokládejme zatím, že Alice a Bob používají pouze bázi  $+$ , tj.  $[x, y]$ :



- Alice posílá náhodnou sekvenci nul a jedniček (tedy vertikálně a horizontálně polarizovaných fotonů).
- Protože Bob používá stejnou polarizační bázi jako Alice, je chování fotonů na jeho polarizačním hranolu zcela deterministické a Bob přijímá stejnou sekvenci bitů, jakou Alice poslala.
- **Co se stane pokud někdo odposlouchává ?**



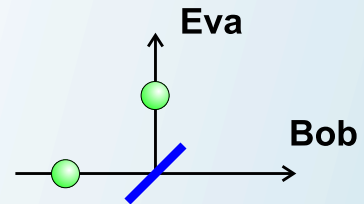
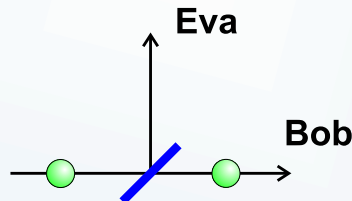
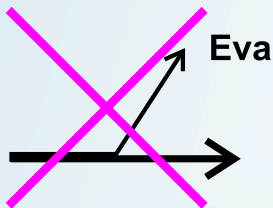
# Odposlech

Jak lze odposlouchávat ?

# Odposlech

Jak lze odposlouchávat ?

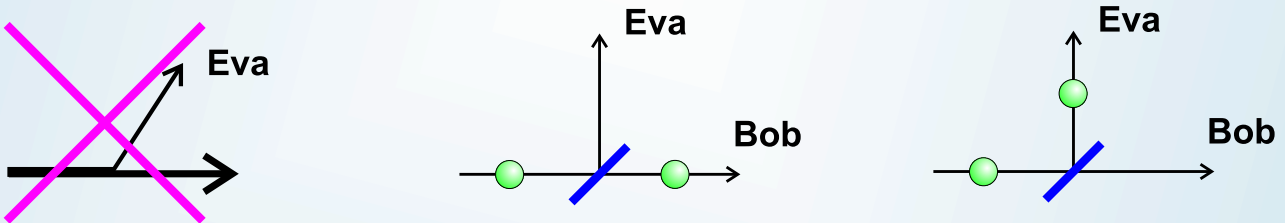
- Pasívní odposlech, kdy se odvede část signálu, nepřichází v úvahu. Foton nelze rozdělit – buď pokračuje k Bobovi (Eva nemá nic), nebo odbočí k Evě, ale pak příslušný bit nebude použit v klíči (jisté ztráty se tolerují).



# Odposlech

Jak lze odposlouchávat ?

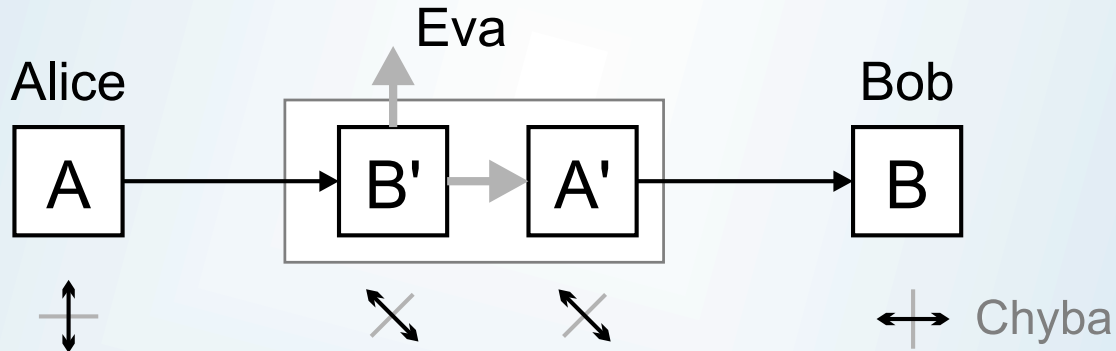
- Pasívní odposlech, kdy se odvede část signálu, nepřichází v úvahu. Foton nelze rozdělit – buď pokračuje k Bobovi (Eva nemá nic), nebo odbočí k Evě, ale pak příslušný bit nebude použit v klíči (jisté ztráty se tolerují).



- Nelze vytvořit ani přesnou kopie neznámého stavu kvantové částice (foton nelze klonovat).

# Odposlech

- Rozumná strategie: provést měření polarizace podobným zařízením, jaké má Bob, a každý bit pak znovu poslat podobným zařízením, jaké má Alice:

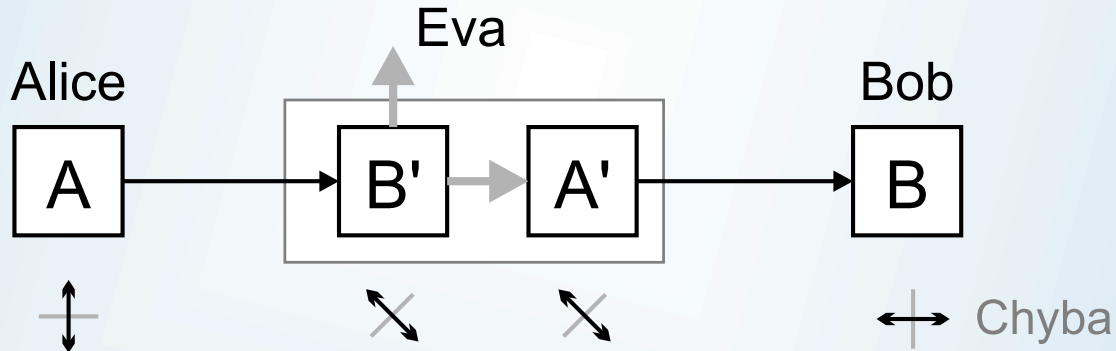


- Eva **nezná** polarizační bázi, používanou Alicí a Bobem.



# Odposlech

- Rozumná strategie: provést měření polarizace podobným zařízením, jaké má Bob, a každý bit pak znovu poslat podobným zařízením, jaké má Alice:



- Eva **nezná** polarizační bázi, používanou Alicí a Bobem.
- Jakákoli jiná interakce s fotonem jeho stav také ovlivní.



# Odposlech

- Nezná-li Eva používanou bázi, způsobí v přenosu chyby.



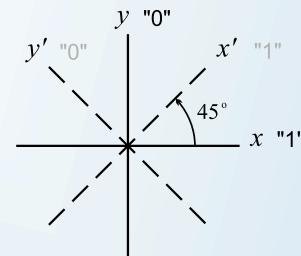
# Odposlech

- Nezná-li Eva používanou bázi, způsobí v přenosu chyby.
- Eva se by se ale mohla nějak dozvědět jakou polarizační bázi Alice a Bob používají – pak by zůstala neodhalena.



# Odposlech

- Nezná-li Eva používanou bázi, způsobí v přenosu chyby.
- Eva se by se ale mohla nějak dozvědět jakou polarizační bázi Alice a Bob používají – pak by zůstala neodhalena.
- Proto Alice a Bob musejí **náhodně a nezávisle** střídat báze  $\oplus$  a  $\otimes$ .
- Po přenosu si Alice a Bob řeknou jaké báze použili a **ponechají pouze ty bity, pro které použili stejné báze.**





# Odposlech

- Nyní, i když Eva zná báze, trefí se do té správné v průměru jen v **50 % případů**.
- Pokud Eva zvolí chybnou bázi způsobí v přenosu průměrně **50 % chyb**.



# Odposlech

- Nyní, i když Eva zná báze, trefí se do té správné v průměru jen v **50 % případů**.
- Pokud Eva zvolí chybnou bázi způsobí v přenosu průměrně **50 % chyb**.

Nepřetržitý odposlech tedy způsobí průměrně  
**25 % chyb**



# Odposlech

- Nyní, i když Eva zná báze, trefí se do té správné v průměru jen v **50 % případů**.
- Pokud Eva zvolí chybnou bázi způsobí v přenosu průměrně **50 % chyb**.

Nepřetržitý odposlech tedy způsobí průměrně  
**25 % chyb**

- Alice a Bob porovnají část přenesených bitů. Není-li v systému jiný zdroj chyb, indikuje každá neshoda přítomnost odposlechu.



# Odposlech

- Nyní, i když Eva zná báze, trefí se do té správné v průměru jen v **50 % případů**.
- Pokud Eva zvolí chybnou bázi způsobí v přenosu průměrně **50 % chyb**.

Nepřetržitý odposlech tedy způsobí průměrně  
**25 % chyb**

- Srovnání **100** bitů  $\Rightarrow$  pravděpodobnost, že odposlech **nebude** odhalen  $P = (1 - 0,25)^{100} \approx \mathbf{3 \cdot 10^{-13}}$ .





Hlavní výhodou kvantové kryptografie je, že Eva je nakonec vždy odhalena.

Antonio Rizzo, *Eva*,  
2. polovina 15. století,  
mramor.



# Kvantová distribuce klíče – BB84





# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l} + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\ \times : \quad \nearrow = 0 \quad \swarrow = 1 \end{array}$$



# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l} + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\ \times : \quad \nearrow = 0 \quad \swarrow = 1 \end{array}$$

Kvantový přenos

0 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1



# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \nearrow = 0 \quad \swarrow = 1
 \end{array}$$

Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+



# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \swarrow \searrow = 0 \quad \nearrow \nwarrow = 1
 \end{array}$$

Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+



# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \nwarrow = 0 \quad \nearrow = 1
 \end{array}$$

Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+
$\nwarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\updownarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\nearrow$	$\nwarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\nwarrow$	$\nwarrow$	$\leftrightarrow$
+	×	×	+	+	×	×	+	×	+	×	×	×	×	+



# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \nwarrow = 0 \quad \nearrow = 1
 \end{array}$$

Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+
$\nwarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\updownarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\nearrow$	$\nwarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\nwarrow$	$\nwarrow$	$\leftrightarrow$
+	×	×	+	+	×	×	+	×	+	×	×	×	×	+
1		1		1	0	0	0		1	1	1		0	1





# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \swarrow = 0 \quad \nearrow = 1
 \end{array}$$

Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+
↖	↔	↗	↕	↔	↔	↕	↕	↗	↖	↔	↗	↖	↖	↔
+	×	×	+	+	×	×	+	×	+	×	×	×	×	+
1		1		1	0	0	0		1	1	1		0	1

Veřejná diskuse

+		×		+	×	×	+		+	×	×		×	+
---	--	---	--	---	---	---	---	--	---	---	---	--	---	---



# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \nearrow = 0 \quad \swarrow = 1
 \end{array}$$

## Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+
$\swarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\updownarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\nearrow$	$\swarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\swarrow$	$\swarrow$	$\leftrightarrow$
+	×	×	+	+	×	×	+	×	+	×	×	×	×	+
1		1		1	0	0	0		1	1	1		0	1

## Veřejná diskuse

+		×		+	×	×	+		+	×	×		×	+
		✓		✓			✓				✓		✓	✓



# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \nearrow = 0 \quad \swarrow = 1
 \end{array}$$

## Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+
$\swarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\updownarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\nearrow$	$\swarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\swarrow$	$\swarrow$	$\leftrightarrow$
+	×	×	+	+	×	×	+	×	+	×	×	×	×	+
1		1		1	0	0	0		1	1	1		0	1

## Veřejná diskuse

+		×		+	×	×	+		+	×	×		×	+
		✓		✓			✓			✓		✓	✓	✓
		1		1			0			1		0	0	1







# Kvantová distribuce klíče – BB84

$$\begin{array}{l}
 + : \quad \updownarrow = 0 \quad \leftrightarrow = 1 \\
 \times : \quad \nearrow = 0 \quad \swarrow = 1
 \end{array}$$

## Kvantový přenos

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
×	+	×	+	+	+	+	+	×	×	+	×	×	×	+
$\swarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\updownarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\nearrow$	$\swarrow$	$\leftrightarrow$	$\nearrow$	$\swarrow$	$\swarrow$	$\leftrightarrow$
+	×	×	+	+	×	×	+	×	+	×	×	×	×	+
1		1		1	0	0	0		1	1	1		0	1

## Veřejná diskuse

+		×		+	×	×	+		+	×	×		×	+
		✓		✓			✓			✓			✓	✓
		1		1			0			1			0	1

## Obětování bitů

				1									0	
				✓									✓	
		1					0					1		1



# Kvantová distribuce klíče – BB84

## I. Kvantový přenos

- 1) *Alice* vybere náhodné bity.
- 2) *Alice* náhodně vybere vysílací polarizační báze.
- 3) *Alice* kóduje bity do polarizací posílaných fotonů.
- 4) *Bob* náhodně vybírá přijímací polarizační báze.
- 5) *Bob* zaznamenává obdržené bity  
(některé fotony se ovšem ztratí – nejsou zadetegovány).

## II. Veřejná diskuse

- 6) *Bob* oznamuje báze, ve kterých naměřil fotony.
- 7) *Alice* oznamuje, které báze byly správně „uhodnuty“.
- 8) Shodli-li se *Alice* a *Bob* v bázích, přenesený bit si ponechají.  
(nenaslouchala-li *Eva* má *Bob* přesně to, co *Alice* poslala).

## III. Obětování bitů

- 9) *Bob* obětuje některé náhodně vybrané bity k odhalení *Evy*.
- 10) *Alice* potvrzuje tyto obětované bity (*Eva* by způsobila odchylky).
- 11) Zbýlé tajné bity sdílené *Alicí* a *Bobem* tvoří klíč.



# Kvantová distribuce klíče – BB84

## I. Kvantový přenos

- 1) *Alice* vybere náhodné bity.
- 2) *Alice* náhodně vybere vysílací polarizační báze
- 3) *Alice* kóduje bity do polarizací posílaných fotonů
- 4) *Bob* náhodně vybírá přijímací polarizační báze
- 5) *Bob* zaznamenává obdržené bity  
(některé fotony se ovšem ztratí – nejsou zadenžovány)

## II. Veřejná diskuse

- 6) *Bob* oznamuje báze, ve kterých naměřil fotony.
- 7) *Alice* oznamuje, které báze byly správně „uhodnuty“.
- 8) Shodli-li se *Alice* a *Bob* v bázích, přenesený bit si ponechají.  
(nenaslouchala-li *Eva* má *Bob* přesně to, co *Alice* poslala).

## III. Obětování bitů

- 9) *Bob* obětuje některé náhodně vybrané bity k odhalení *Evy*.
- 10) *Alice* potvrzuje tyto obětované bity (*Eva* by způsobila odchylky).
- 11) Zbývající tajné bity sdílené *Alicí* a *Bobem* tvoří klíč.



Charles  
Bennett



Gilles  
Brassard





# Oprava chyb a zesílení utajení





# Oprava chyb a zesílení utajení

Chyby způsobuje nejen Ěva, ale i nepřesnosti a šum zařízení.  
Jisté malé procento chyb proto musíme tolerovat.



# Oprava chyb a zesílení utajení

Chyby způsobuje nejen Ěva, ale i nepřesnosti a šum zařízení. Jisté malé procento chyb proto musíme tolerovat.

- Oprava chyb



# Oprava chyb a zesílení utajení

Chyby způsobuje nejen Eva, ale i nepřesnosti a šum zařízení. Jisté malé procento chyb proto musíme tolerovat.

- Oprava chyb

Nemůžeme si ale být jisti, že chyby nepocházejí z odposlechu (Eva mohla např. vyměnit přenosovou linku za lepší).



# Oprava chyb a zesílení utajení

Chyby způsobuje nejen Eva, ale i nepřesnosti a šum zařízení. Jisté malé procento chyb proto musíme tolerovat.

- Oprava chyb

Nemůžeme si ale být jisti, že chyby nepocházejí z odposlechu (Eva mohla např. vyměnit přenosovou linku za lepší).

- Zesílení utajení
  - Z počtu chyb v přenosu lze odhadnout maximální informaci, kterou mohla získat Eva.
  - Z původního klíče se vyrobí nový, **kratší**, o němž má Eva minimální znalost (tj. Evina informace se sníží za cenu zkrácení klíče).



# Autentizace

- Eva by mohla zasahovat i do komunikace po klasickém kanálu. Např. by mohla přerušit oba kanály a chovat se vůči Alici jako Bob (vyměnit si klíč s Alicí a případně i jiný klíč s Bobem).



# Autentizace

- Eva by mohla zasahovat i do komunikace po klasickém kanálu. Např. by mohla přerušit oba kanály a chovat se vůči Alici jako Bob (vyměnit si klíč s Alicí a případně i jiný klíč s Bobem).
- Zprávy posílané pomocným klasickým kanálem je nutno autentizovat.
- Bob musí být schopen ověřit, že zprávu skutečně poslala Alice a že nebyla cestou pozměněna.



# Autentizace

- Eva by mohla zasahovat i do komunikace po klasickém kanálu. Např. by mohla přerušit oba kanály a chovat se vůči Alici jako Bob (vyměnit si klíč s Alicí a případně i jiný klíč s Bobem).
- Zprávy posílané pomocným klasickým kanálem je nutno autentizovat.
- Bob musí být schopen ověřit, že zprávu skutečně poslala Alice a že nebyla cestou pozměněna.
- Alice a Bob musejí na počátku sdílet heslo pro autentizaci. To se po každém přenosu nahradí novým z přeneseného klíče.





## Omezený dosah

- Omezení vzdálenosti je podmíněno ztrátami ve vlákně a šumem detektorů (detektor občas pošle impuls, i když na něj nedopadne žádný foton).



## Omezený dosah

- Omezení vzdálenosti je podmíněno ztrátami ve vlákně a šumem detektorů (detektor občas pošle impuls, i když na něj nedopadne žádný foton).
- Jakmile počet fotonů přicházejících za jednotku času poklesne vlivem ztrát natolik, že je srovnatelný s počtem šumových impulsů detektoru, přestává být zařízení použitelné.
- Zesilovače použít nelze, protože by ovlivňovaly kvantový stav částic podobným způsobem jako odposlech.



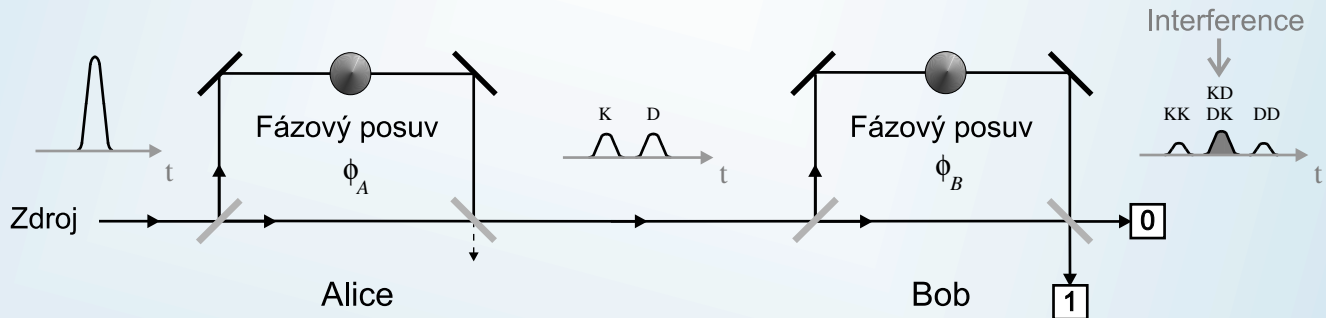
# Fázové kódování



# Fázové kódování

V optických vláknech není polarizační kódování výhodné. Proto se používá tzv. fázové kódování. Na principu přenosu klíče se ale nic nemění.

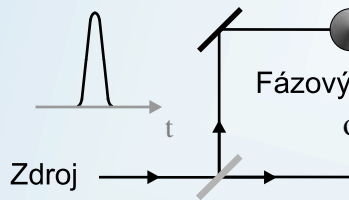
$\phi_A$	„+“:	$0^\circ \equiv$	„1“,	$180^\circ \equiv$	„0“	$\phi_B$	„+“:	$0^\circ$
	„×“:	$90^\circ \equiv$	„1“,	$270^\circ \equiv$	„0“		„×“:	$90^\circ$



# Fázové kódování

V optických vláknech se používá tzv. fázové kódování, ale nic nemění.

$\phi_A$	„+“:	$0^\circ$
	„×“:	$90^\circ$



Alice



BOB

[1]

foto  
se

ce

o

t

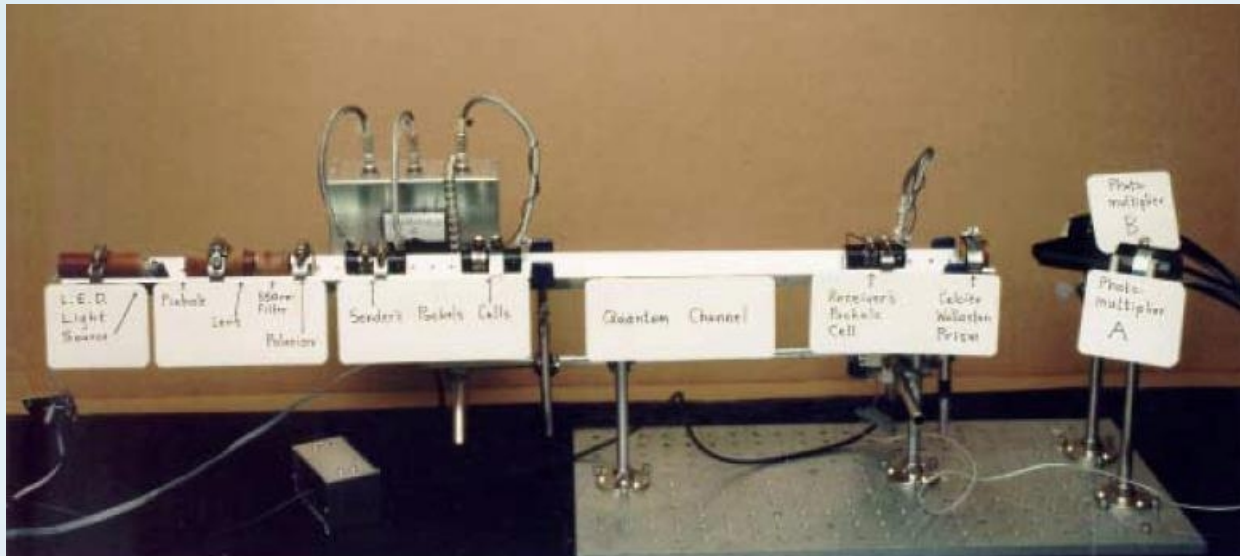


# Experimenty



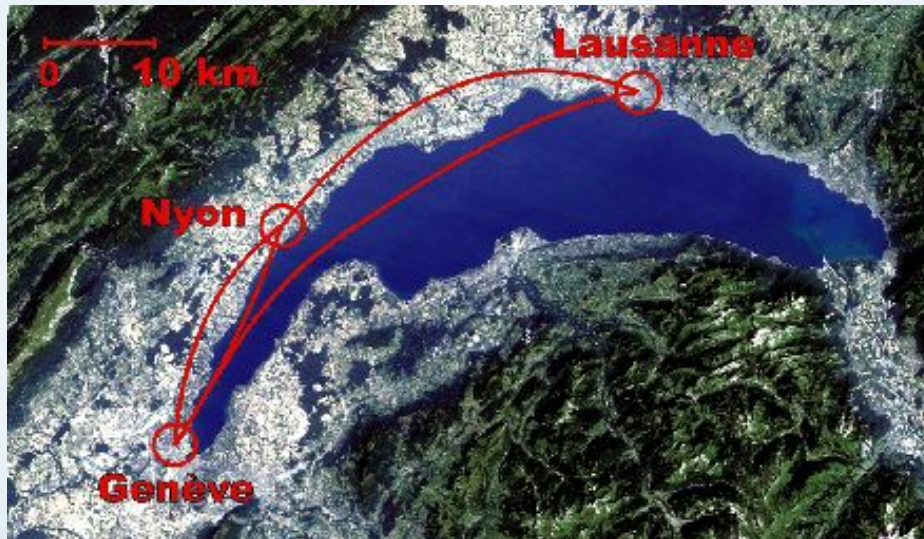
# Experimenty

- První experiment r. 1989, polarizační kódování, volný prostor, 32 cm.



# Experimenty

- Dnes už je odzkoušen přenos na desítky kilometrů. Např. na univerzitě v Ženevě testovali přenos běžnými telekomunikačními vlákny až na 67 km.



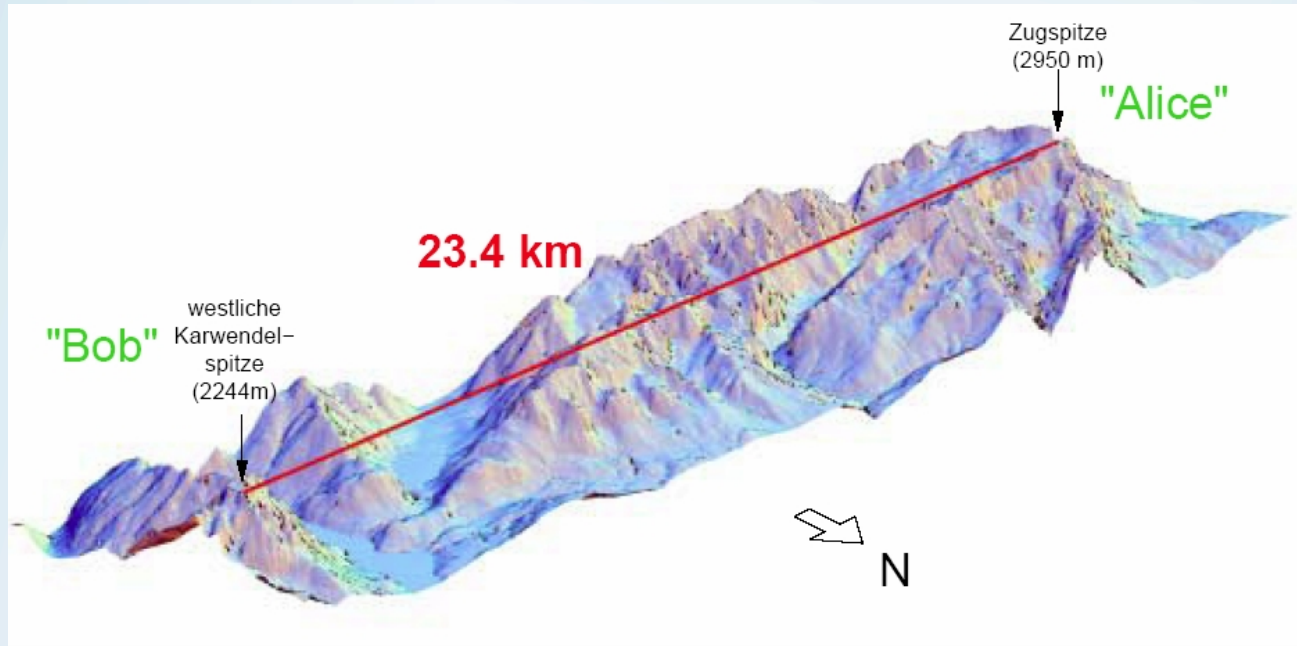




# Přenos klíče volným prostorem

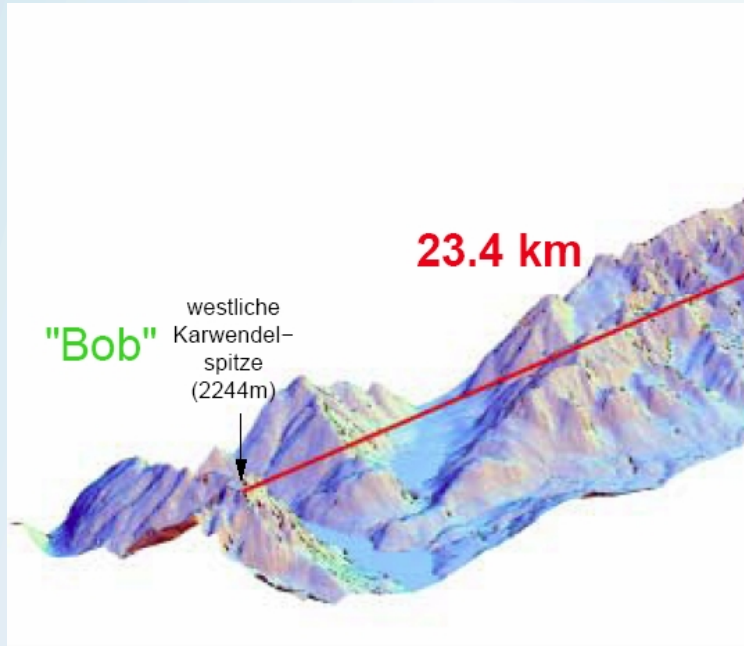


# Přenos klíče volným prostorem

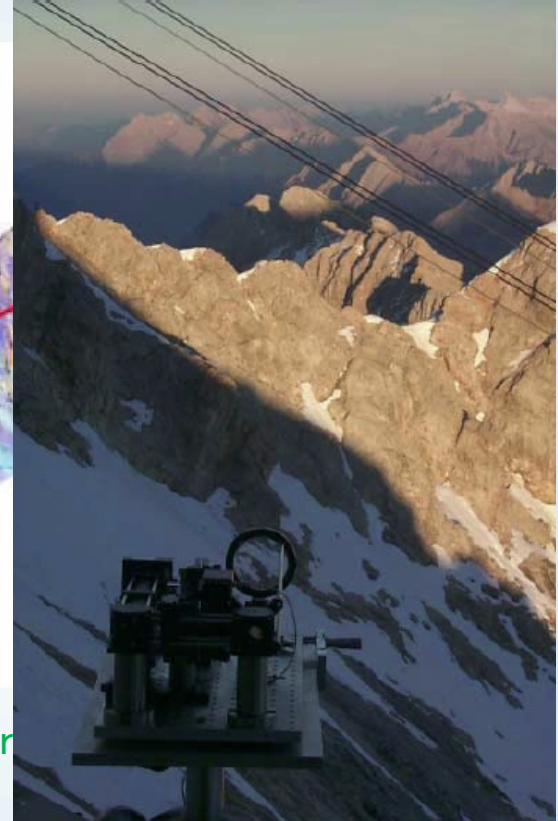


Mnichovská univerzita, prof. Weintfurter, polarizační kódování

# Přenos klíče volným prostorem



Mnichovská univerzita, prof. Weintfurter

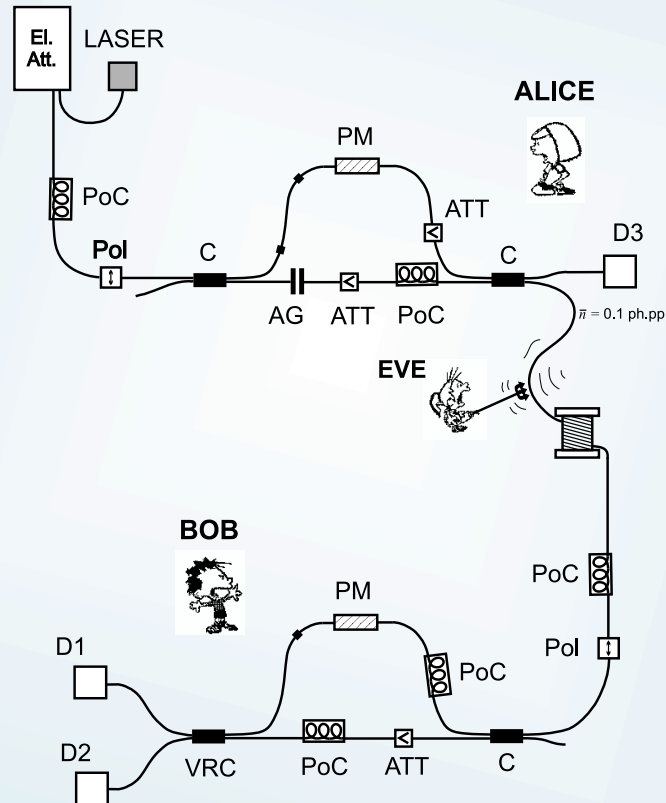




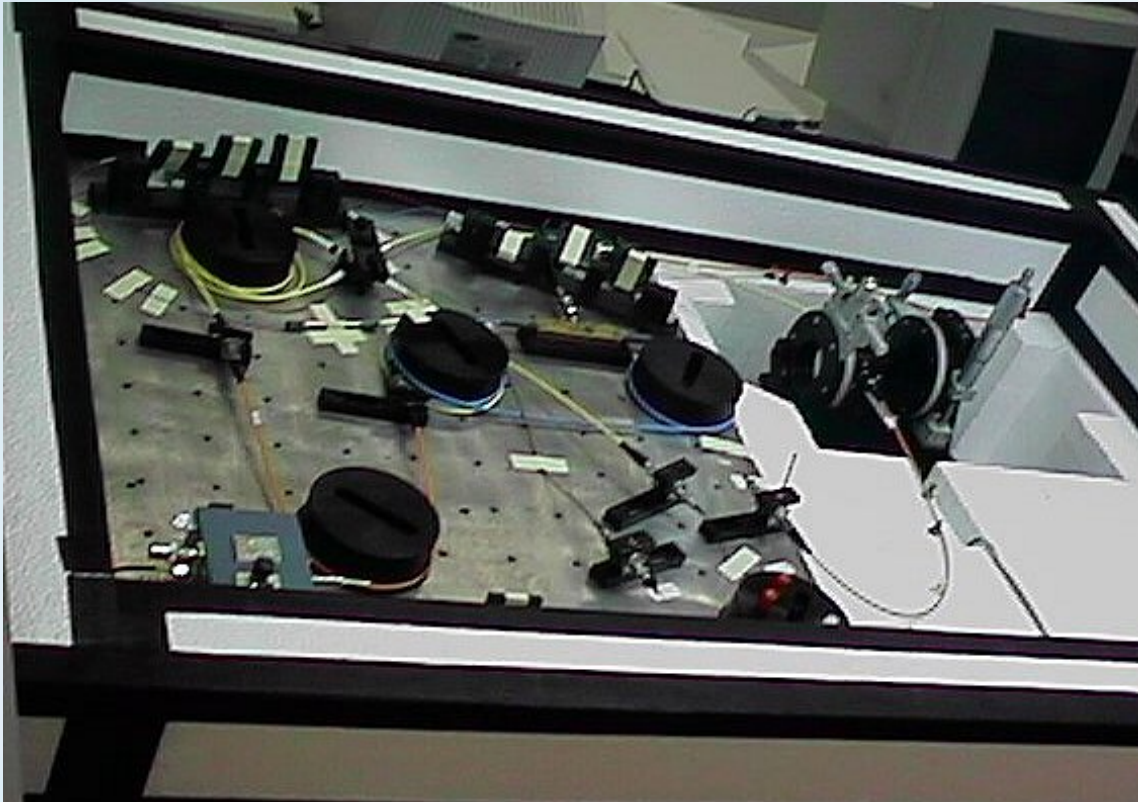
# Kvantová kryptografie v Olomouci



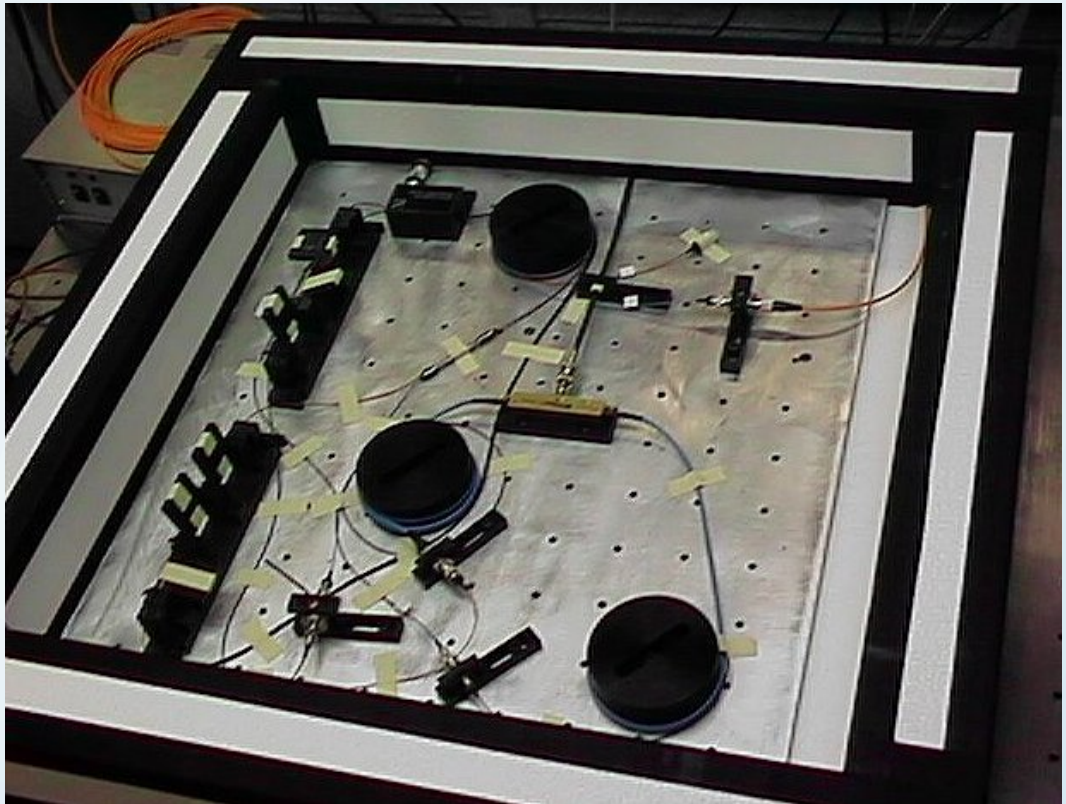
# Kvantová kryptografie v Olomouci



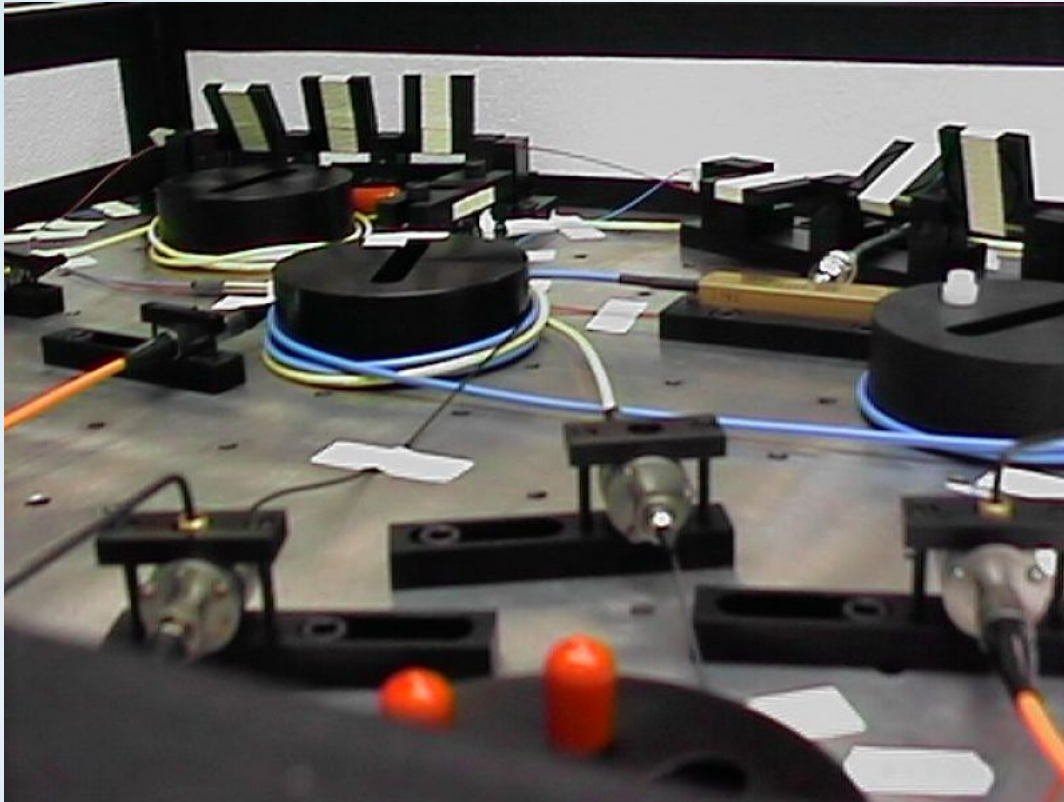
# Kvantová kryptografie v Olomouci



# Kvantová kryptografie v Olomouci



# Kvantová kryptografie v Olomouci





# Kvantová kryptografie v Olomouci



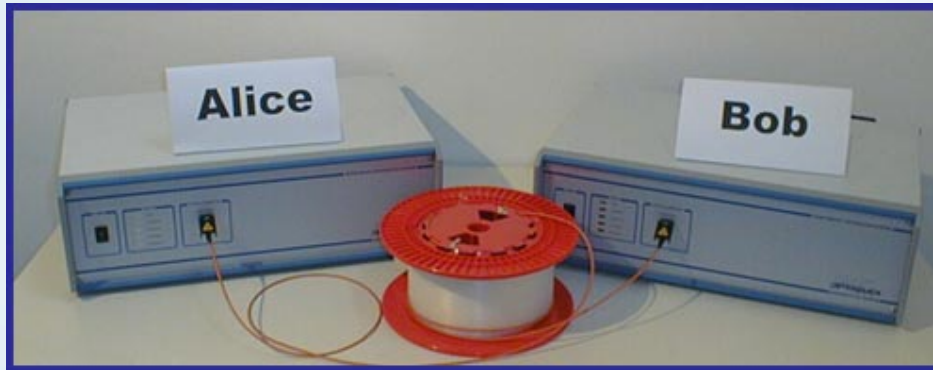


# Kvantová kryptografie v praxi



# Kvantová kryptografie v praxi

- id Quantique



# Kvantová kryptografie v praxi

- id Quantique
- MagiQ





**KONEC**

# VAROVÁNÍ MINISTRA ZDRAVOTNICTVÍ

